

1. Les figures associées à certaines questions sont illustratives et ne sont pas faites à l'échelle. Cela ne sert à rien de mesurer.
2. Les manuels et les calculatrices ne sont pas permis. Les lattes, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
3. Dans vos réponses, laissez des nombres comme π , e , $\ln 2 = \log_e 2$, $\ln 3$, ..., $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ..., sous leur forme symbolique.

Question	1	2	3	4	Total
Points	5	5	5	5	20

Question 1 **5 points**

- (a) (2 points) Trouver un polynôme $p(x)$ de degré 4 et dont le coefficient du terme constant vaut 0, et qui est tel que $p(x) - p(x - 1) = x^3$.
- (b) (1 point) En utilisant la sous-question (a), calculer $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 100^3$.
- (c) (2 points) Calculer la somme
- $$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + 199^2.$$

Indication: on pourra reproduire la méthode des sous-questions (a) et (b). La première étape sera de déterminer un polynôme de degré 3 approprié.

Question 2 **5 points**

Déterminer toutes les valeurs entières de α dans l'intervalle $[0^\circ, 90^\circ]$ telles que $(\cos \alpha + i \sin \alpha)^{20}$ est un nombre réel.

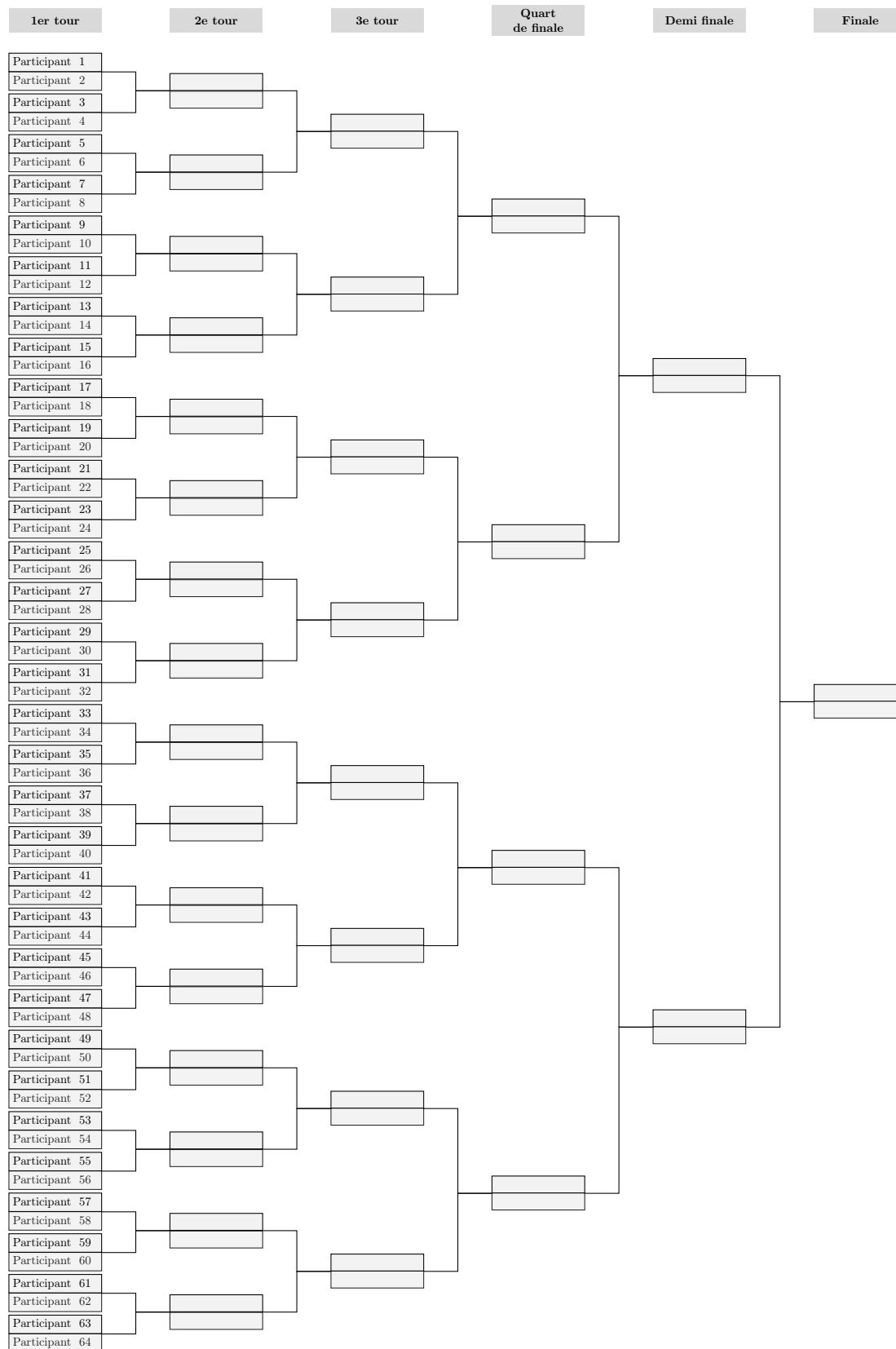
Question 3 **5 points**

La droite d'équation $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ rencontre le cercle d'équation $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} = 1$ aux points A et B .

- (a) (2 points) Déterminer, en fonction du paramètre $\alpha \in [0, 2\pi]$, la distance entre la droite AB et le point $P(3 \cos \alpha, 3 \sin \alpha)$.
- (b) (3 points) Déterminer tous les points P sur le cercle tels que l'aire du triangle PAB est maximale.

Question 4 **5 points**

Un tournoi d'escrime international à élimination directe compte 64 participants, dont 8 représentants de l'Ecole Royale Militaire (ERM). Dans le tableau des combats (représenté ci-dessous) le premier tour est rempli complètement au hasard.



- (a) (1 point) Montrer qu'il y a 105 façons de répartir 8 personnes en 4 groupes de 2 personnes, si l'ordre des groupes et l'ordre au sein des groupes n'ont pas d'importance.
- (b) (2 points) Quelle est la probabilité qu'aucun combat n'oppose deux représentants de l'ERM au premier tour ?
- (c) (2 points) Quelle est la probabilité que les représentants de l'ERM ne puissent pas s'affronter avant les quarts de finale ?