KMS

Gemeenschappelijke proef
Algebra-Analyse-Meetkunde-Goniometrie
Reeks A (20 vragen)
06-2022

---

**Oefening 1**

Stel :

- $B_1$ : Het aantal brevetten voor Brigade 1 in 2022.
- $B_2$ : Het aantal brevetten voor Brigade 2 in 2022.
- $B_3$ : Het aantal brevetten voor Brigade 3 in 2022
- $B_4$ : Het aantal brevetten voor Brigade 4 in 2022

$$\begin{cases} B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 1,44 \times (1670 + 1930 + 960 + 1190) \\ B_1 = 1,3 \times 1670, \quad B_2 = 1,3 \times 1930, \quad 2B_3 = B_4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 3B_3 = 0,14.3600 + 1,44.2150$$

$$\Leftrightarrow \boxed{B_3 = 1200}$$

Brigade 3 zal over 1200 brevetten beschikken in 2022.

**Oefening 2**

$$2x^2 - x - 4 \leq 0$$

De nulpunten zijn:

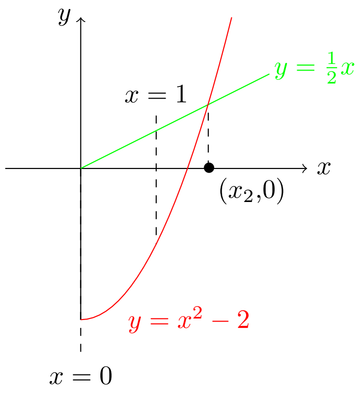
$\Delta = 1 - 4.2.(-4) = 33$

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{33}}{4} \approx -1,19 > -2 \quad \text{of} \quad x_2 = \frac{1+\sqrt{33}}{4} \approx 1,69 < 2$$

| x | | $x_1$ | | -1 | | 1 | | $x_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x^2 - x - 4$ | + | 0 | - | - | - | - | - | 0 | + |

$$\Leftrightarrow \boxed{\text{x}=\{0,1\}}$$

Er zijn dus **2** natuurlijke getallen die oplossing zijn van $x^2 - 2 \leq \frac{1}{2}x$.




**Oefening 3**

We gaan de getallen onder basis 3 zetten.

- $3^{27}$
- $(3^3)^3 = 3^9$
- $3^{3^3} = 3^{27}$

- $27^3 = (3^3)^3 = 3^9$

- $(3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) = 3 \cdot (3^6) = 3^7$

- $((3^3) \cdot (3^3) \cdot 3^3)^3 = (3^9)^3 = 3^{27}$

- $9^{\frac{7}{2}} = (3^2)^{\frac{7}{2}} = 3^7$

$\Rightarrow$ Er zijn **3** verschillende getallen.

**Oefening 4**

- $a < 0 \Leftrightarrow f$ is concaaf naar beneden. $\Rightarrow (A)$, $(B)$ en $(D)$-grafieken zijn onjuist.

- $c > 0 \Leftrightarrow f$ kruist de $y$-as boven de $x$-as $\Rightarrow (C)$-grafiek is onjuist.

  Een andere manier om aan te tonen dat de $(C)$-grafiek onjuist is, is de discriminant te berekenen. $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ $\Leftrightarrow f$ heeft twee verschillende wortels $\Leftrightarrow (C)$-grafiek is onjuist.

$\Rightarrow$ grafiek $(E)$ is de enige mogelijke grafiek van $f$.

**Oefening 5**

We bevinden ons boven de $x$-as bij $x = a$. $\Rightarrow$ $\boxed{\text{f(a)>0}}$.

De helling is afnemend bij $x = a$. $\Rightarrow$ $\boxed{\text{f'(a)<0}}$.

De variatie van de helling in de buurt van $x = a$ is negatief $\Rightarrow$ $\boxed{\text{f''(a)<0}}$.

**Oefening 6**

(A) $\log(5^3) = 3\log(5) \neq (\log(5))^3$

(B) $\log(15) = \log(3) + \log(5) \neq \log(3)\log(5)$

(C) $\log(5) \neq \log(2) + \log(3) = \log(6)$

(D) $\log(5) \neq \log(2)\log(3)$

$\Rightarrow$ verklaringen (A), (B), (C) en (D) moeten worden geschrapt.

**Oefening 7**

$$\frac{1}{3} < \Big(\overbrace{(|\tan x|)^2}^{=(\tan x)^2}\Big) < 3 = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}} < & \tan x < \sqrt{3} \quad \text{of} \\ -\sqrt{3} < & \tan x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

We stellen dat $x$ tot $[0; 2\pi]$ behoort.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{3}, & \text{of} \quad \frac{7\pi}{6} < x < \frac{4\pi}{3} \\ \frac{2\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{6}, & \text{of} \quad \frac{5\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} < 2x < \frac{2\pi}{3} & \text{of} \quad \frac{\pi}{3} < 2x < \frac{2\pi}{3}, \quad \Rightarrow \text{kwadranten 1 en 2} \\ \frac{4\pi}{3} < 2x < \frac{5\pi}{3}, & \text{of} \quad \frac{4\pi}{3} < 2x < \frac{5\pi}{3} \quad \Rightarrow \text{kwadranten 3 en 4,} \end{cases}$$

Geen te schrappen kwadranten.

**Oefening 8**

De cirkel heeft als centrum $(5 - k, 3 - k)$.
De afstand tussen de centrum en de $y$-as is $|5 - k| \leq 6$

$$\Leftrightarrow -6 \leq 5 - k \leq 6$$
$$\Leftrightarrow -1 \leq k \leq 11$$
$$\Leftrightarrow \boxed{\text{k=-1}}$$

**Oefening 9**

$f'(x) = 0 = 4x + 4 \Leftrightarrow \boxed{x = -1}$

**Oefening 10**

De kleinste positieve $x$-waarden van:

$$2\cos(\frac{x\pi}{4}) \leq \sqrt{3}$$

komt overeen met de oplossing te zoeken van

$$2\cos(\frac{x\pi}{4}) = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}} \quad (k = 0)$$

**Oefening 11**

$P_i$ is de kans dat de 3 dobbelstenen de getallen in de tabel hieronder beantwoorden. De lijnen omvatten alle gevallen waarvoor het verschil tussen de twee dobbelstenen maximum 1 is.

| $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $P_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1,2 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 1 | 2 | 1,2 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 2 | 1 | 1,2 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 2 | 2 | 1,2,3 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 2 | 3 | 2,3 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 3 | 2 | 2,3 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 3 | 3 | 2,3,4 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 3 | 4 | 3,4 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 4 | 3 | 3,4 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 4 | 4 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 4 | 5 | 4,5 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 5 | 4 | 4,5 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 5 | 5 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 5 | 6 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 6 | 5 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 6 | 6 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |

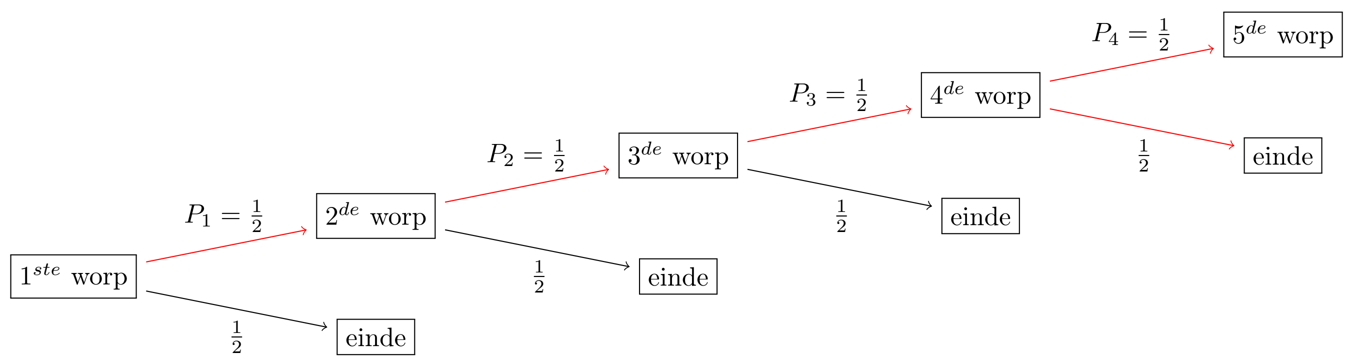
$\boxed{\mathrm{P}_t = \sum P_i = \frac{36}{6^3} = \frac{1}{6}}$, waarbij $P_t$ de som is van alle kansen $P_i$.

**Oefening 12**

$P_i$ is de kans dat de 3 dobbelstenen de getallen in de tabel hieronder beantwoorden. De lijnen in de tabel bevatten alle gevallen waarvoor de som van de 3 dobbelstenen strikt groter is dan 10.

| $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $P_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 6 | $\frac{1}{6^3}$ |
| 1 | 5 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 1 | 6 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 2 | 3 | 6 | $\frac{1}{6^3}$ |
| 2 | 4 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 2 | 5 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 2 | 6 | 3,4,5,6 | $\frac{4}{6^3}$ |
| 3 | 2 | 6 | $\frac{1}{6^3}$ |
| 3 | 3 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 3 | 4 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 3 | 5 | 3,4,5,6 | $\frac{4}{6^3}$ |
| 3 | 6 | 2,3,4,5,6 | $\frac{5}{6^3}$ |
| 4 | 1 | 6 | $\frac{1}{6^3}$ |
| 4 | 2 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 4 | 3 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 4 | 4 | 3,4,5,6 | $\frac{4}{6^3}$ |
| 4 | 5 | 2,3,4,5,6 | $\frac{5}{6^3}$ |
| 4 | 6 | 1,2,3,4,5,6 | $\frac{6}{6^3}$ |
| 5 | 1 | 5,6 | $\frac{2}{6^3}$ |
| 5 | 2 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 5 | 3 | 3,4,5,6 | $\frac{4}{6^3}$ |
| 5 | 4 | 2,3,4,5,6 | $\frac{5}{6^3}$ |
| 5 | 5 | 1,2,3,4,5,6 | $\frac{6}{6^3}$ |
| 5 | 6 | 1,2,3,4,5,6 | $\frac{6}{6^3}$ |
| 6 | 1 | 4,5,6 | $\frac{3}{6^3}$ |
| 6 | 2 | 3,4,5,6 | $\frac{4}{6^3}$ |
| 6 | 3 | 2,3,4,5,6 | $\frac{5}{6^3}$ |
| 6 | 4 | 1,2,3,4,5,6 | $\frac{6}{6^3}$ |
| 6 | 5 | 1,2,3,4,5,6 | $\frac{6}{6^3}$ |
| 6 | 6 | 1,2,3,4,5,6 | $\frac{6}{6^3}$ |

$P_t = \sum P_i = \frac{108}{6^3} = \frac{1}{2}$, waarbij $P_t$ de som is van de kansen $P_i$.




De gezochte $P$ -probaliteit is dus:

$$\boxed{P = (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{8}}$$

**Oefening 13**

$f(g(2)) = f(2b_2+3) = (2b_2+3)^2+1 = 226$

$\Leftrightarrow 4b_2^2+12b_2+10 = 226$

$\Leftrightarrow b_2^2+3b_2-54 = 0$

$\Leftrightarrow \Delta = 9-4.1.(-54) = 225 = 15^2$

$\Leftrightarrow b_2 = \frac{-3-15}{2} = -9$ of $b_2 = \frac{-3+15}{2} = 6$

$\Leftrightarrow \boxed{\mathrm{b}_2 = -9}$

**Oefening 14**

$g(x) = f'(x) = \sin x \cdot (\sin(\frac{x}{2}))^4 - 4\cos x \cdot (\sin(\frac{x}{2}))^3 \cdot \cos(\frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{2}$
$\Leftrightarrow g(\frac{\pi}{2}) = 1 \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2})^4 - 0$

$\Leftrightarrow \boxed{g(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{4}}$

**Oefening 15**

$f'(x) = 6x^2+2x+c$

$f'(2) = 0 = 28+c$

$\Leftrightarrow \boxed{\text{c=-28}}$.

**Oefening 16**

Laten we $C$ bepalen:

$f(-1) = 2 = 5+1-C+1 = 7-C$
$\Leftrightarrow C = 5.$

Het product van de hellingen van twee loodrecht op elkaar staande rechten in een punt is $-1$.

$f'(x) = -15x^2+2x+5$. In $x = 1$, is de helling : $f'(1) = -8$.

$\Leftrightarrow -8a = -1$, (de helling van $y = ax+b$ is $a$)

$\Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$.

Het punt $(1, f(1) = 2)$ hoort bij de rechte $y = ax+b$.

$\Leftrightarrow 2 = a+b.$
$\Leftrightarrow \boxed{b = \frac{15}{8}}$.

**Oefening 17**

$24 = \int_{-k}^{k}(\frac{6}{k}x^2+3x+k)\mathrm{d}x = 2\int_0^k(\frac{6}{k}x^2+k)\mathrm{d}x$, (de functies $3x$ en $\frac{6}{k}x^2+k$ zijn respectievelijk oneven en even).

$\Leftrightarrow 24 = 2[\frac{2}{k}x^3+kx]_0^k$

$\Leftrightarrow k = \pm 2$, $\Leftrightarrow \boxed{\text{k=2}}$

**Oefening 18**

$2 = \int_{-\pi}^{\pi} 2k\sin(kx+\frac{\pi}{2})\mathrm{d}x$

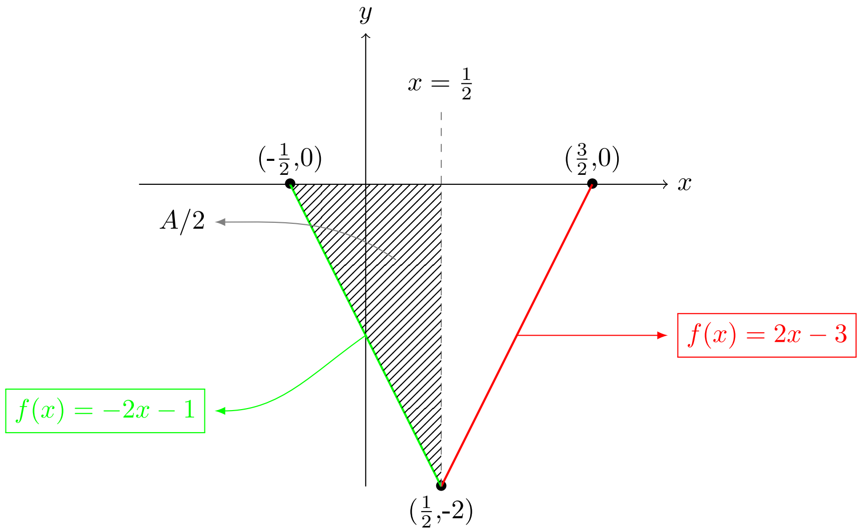
$\Leftrightarrow 1 = -[\cos(kx+\frac{\pi}{2}]_{-\pi}^{\pi}$

$\Leftrightarrow 1 = -[\cos(k\pi+\frac{\pi}{2}) - \cos(-k\pi+\frac{\pi}{2})] = -[-\sin(k\pi) - \sin(k\pi)] = 2\sin(k\pi)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6}+2m\pi = k\pi, & m \in \mathbb{Z} \\ \frac{5\pi}{6}+2m\pi = k\pi, & m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Voor $m=0 \Leftrightarrow \boxed{\text{k}=\frac{5}{6}}$

**Oefening 19**

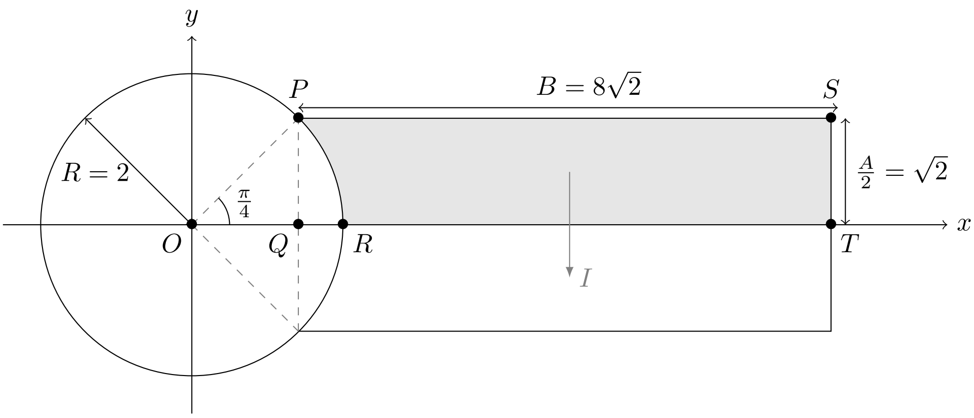



$A=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(|2(x-1)+1|-2)\mathrm{d}x = 2\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(2x-3)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow A = 2[x^2-3x]_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} = 2[(\frac{9}{4}-\frac{9}{2})-(\frac{1}{4}-\frac{3}{2})] = -2$

$\Rightarrow \boxed{|\text{A}|=2}$

**Oefening 20**




- <u>Oppervlakte van de $PQTS$ rechthoek</u>

  $PQTS = \frac{AB}{2} = 216$

- <u>Oppervlakte van de $OPR$ kromlijnige driehoek</u>

  $OPR = \frac{\pi}{8} * R^2 = \frac{\pi}{2}$

- <u>Oppervlakte van de $OPQ$ driehoek</u>

  $OPQ = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = 1$

- <u>Oppervlakte van de $PQR$ kromlijnige driehoek</u>

  $PQR = \frac{\pi}{2} - 1$

$\Leftrightarrow I = \frac{AB}{2} - (\frac{\pi}{2}-1) = 17 - \frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow 20I = 20(17 - \frac{\pi}{2})$

$\Leftrightarrow \boxed{20\text{I} \approx 309\,\text{m}^2}$