

Préparation au Concours d'Admission de la Faculté Polytechnique Ecole Royale Militaire

Trigonométrie

Epreuve complémentaire POL - 2022. Solution de la Partie 1, Question 3

Position de la question dans le plan des matières

Partie 1 de l'examen

- ▶ Analyse
- ▶ Trigonométrie
 - Equations
- ▶ Géométrie

Partie 2 de l'examen

- ▶ Algèbre
- ▶ Géométrie analytique
- ▶ Probabilités et statistique

Question & solution

Résoudre dans \mathbb{R} :

$$(\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x + \cos 9x + \cos 11x) \cdot \sin x = -\frac{1}{4}.$$



Première étape:

$$(\cos x + \cos 3x + \dots + \cos 11x) \cdot \sin x = \cos x \sin x + \cos 3x \sin x + \dots + \cos 11x \sin x.$$

Deuxième étape: Formules de Simpson.

Vu que $2 \cos A \cdot \sin B = \sin(A + B) - \sin(A - B)$, on obtient:

$$2 \cos x \sin x = \sin 2x - \sin 0$$

$$2 \cos 3x \sin x = \sin 4x - \sin 2x$$

$$2 \cos 5x \sin x = \sin 6x - \sin 4x$$

$$\vdots$$

$$2 \cos 11x \sin x = \sin 12x - \sin 10x$$

Il en découle que

$$(\cos x + \cos 3x + \dots + \cos 11x) \cdot \sin x = \frac{1}{2} \sin 12x.$$

L'équation devient

$$\sin 12x = -\frac{1}{2}.$$

Les solutions sont

$$12x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \text{ou} \quad 12x = \frac{7\pi}{6} + 2k'\pi, k' \in \mathbb{Z},$$

c'est-à-dire

$$x = -\frac{\pi}{72} + k\frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \quad \text{ou} \quad x = \frac{7\pi}{72} + k'\frac{\pi}{6}, k' \in \mathbb{Z}.$$
