

Vorbereiding op de Toelatingswedstrijd van de Polytechnische Faculteit Koninklijke Militaire School

Algebra

Bijkomende proef POL - 2022. Oplossing van Deel 2, Vraag 1

Plaats van de vraag in het plan van de leerstof

Deel 1 van het examen

- ▶ Analyse
- ▶ Trigonometrie
- ▶ Meetkunde

Deel 2 van het examen

- ▶ Algebra
 - ▶ [Veeltermen](#)
- ▶ Analytische Meetkunde
- ▶ Waarschijnlijkheidsrekenen en Statistiek

Vraag & oplossing

Vind een veelterm $p(x)$ zo dat $p(x) - p'(x) = x^9$. Bepaal eerst de graad van $p(x)$. Druk de coëfficiënten uit met faculteiten.



- ▶ Taan aan dat $p(x)$ de volgende vorm heeft:

$$p(x) = a_9x^9 + a_8x^8 + a_7x^7 + \dots + a_1x + a_0.$$

- ▶ Maak vervolgens gebruik van de vergelijking $p(x) - p'(x) = x^9$.

We bepalen eerst de graad van de veelterm:

$$p(x) - p'(x) = x^9 \quad \Rightarrow \quad \deg(p(x)) = 9.$$

Hieruit volgt dat:

$$\begin{aligned} p(x) &= a_9x^9 + a_8x^8 + a_7x^7 + \dots + a_1x + a_0 \\ p'(x) &= 9a_9x^8 + 8a_8x^7 + 7a_7x^6 + \dots + a_1 \end{aligned}$$

waarbij a_0, a_1, \dots, a_9 te bepalen coëfficiënten zijn. De vergelijking in de opgave wordt dan gebruikt:

$$p(x) - p'(x) = x^9 \iff \begin{cases} a_9 & = 1 \\ a_8 - 9a_9 & = 0 \\ a_7 - 8a_8 & = 0 \\ \vdots & \\ a_1 - 2a_2 & = 0 \\ a_0 - a_1 & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a_9 & = 1 & = 9!/9! \\ a_8 & = 9 & = 9!/8! \\ a_7 & = 9 \cdot 8 & = 9!/7! \\ \vdots & \\ a_1 & = 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2 & = 9!/1! \\ a_0 & = 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 & = 9!/0! \end{cases}$$
