

Vorbereiding op de Toelatingswedstrijd van de Polytechnische Faculteit Koninklijke Militaire School

Trigonometrie

Bijkomende proef POL - 2022. Oplossing van Deel 1, Vraag 3

Plaats van de vraag in het plan van de leerstof

Deel 1 van het examen

- ▶ Analyse
- ▶ Trigonometrie
 - Vergelijkingen
- ▶ Meetkunde

Deel 2 van het examen

- ▶ Algebra
- ▶ Analytische Meetkunde
- ▶ Waarschijnlijkheidsrekenen en Statistiek

Vraag & oplossing

Los op in \mathbb{R} :

$$(\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x + \cos 9x + \cos 11x) \cdot \sin x = -\frac{1}{4}.$$



Eerste stap:

$$(\cos x + \cos 3x + \dots + \cos 11x) \cdot \sin x = \cos x \sin x + \cos 3x \sin x + \dots + \cos 11x \sin x.$$

Tweede stap: Formules van Simpson.

Gezien dat $2 \cos A \cdot \sin B = \sin(A + B) - \sin(A - B)$, bekomen we:

$$2 \cos x \sin x = \sin 2x - \sin 0$$

$$2 \cos 3x \sin x = \sin 4x - \sin 2x$$

$$2 \cos 5x \sin x = \sin 6x - \sin 4x$$

$$\vdots$$

$$2 \cos 11x \sin x = \sin 12x - \sin 10x$$

Daaruit volgt dat

$$(\cos x + \cos 3x + \dots + \cos 11x) \cdot \sin x = \frac{1}{2} \sin 12x.$$

De vergelijking wordt

$$\sin 12x = -\frac{1}{2}.$$

De oplossingen zijn

$$12x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \text{of} \quad 12x = \frac{7\pi}{6} + 2k'\pi, k' \in \mathbb{Z},$$

dat wil zeggen

$$x = -\frac{\pi}{72} + k\frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \quad \text{of} \quad x = \frac{7\pi}{72} + k'\frac{\pi}{6}, k' \in \mathbb{Z}.$$