Epreuve commune 2021
Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie
Série A - Partie 1
10 Questions

MC1a Nombre d'employés permanents et freelance chez NewTechInc :

Nombre d'employés permanents	260
Nombre d'employés free-lance	25

12 % des femmes travaillent en tant que free-lance, tandis que 40 % des free-lances sont des hommes. Quel pourcentage du nombre total d'employés sont des hommes (arrondi au nombre entier le plus proche) ?

Réponse:

A) 51%

B) 53%

C) 56%

D) 58%

E) Aucune des réponses ci-dessus n'est correcte

Nombre total $= 260 + 25 = 285$

hommes freelance $= 0{,}4 \cdot 25 = 10$

femmes freelance $= 25 - 10 = 15$

$= 12\,\%$ de toutes les femmes

femmes $= \dfrac{15}{0{,}12} = 125$

hommes $= 285 - 125 = 160$

% hommes $= 160/285 = 0{,}561 \approx 56\,\%$

MC2a Combien de nombres entiers positifs différents y a-t-il dans la liste ci-dessous (après calcul) ?

- A 3^{27}
- A $(3^3)^3$ $= 3^9 = 3^{27}$
- A $3^{(3^3)}$ $= 3^{27}$
- B 27^3 $= (3^3)^3 = 3^9$
- ~~C~~ $(-27)^3$ $= (-3)^9 < 0$
- ~~D~~ $(-27)^{(-3)}$ $= (-3)^{-9} \neq$ entier
- ~~E~~ $(27)^{(-3)}$ $= (3)^{-9} \neq$ entier
- F $27^{\frac{1}{3}}$ $= 3$
- ~~F~~ $(\frac{1}{3})^9$ $= 3^{-9} \neq$ entier
- G $(3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3)$ $= 3^6 + 3^6 + 3^6 = 3 \cdot 3^6 = 3^7$
- A $(3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3)^3$ $= (3^9)^3 = 3^{27}$
- G $9^{\frac{7}{2}}$ $= 3^7$

Réponse:

A) 2

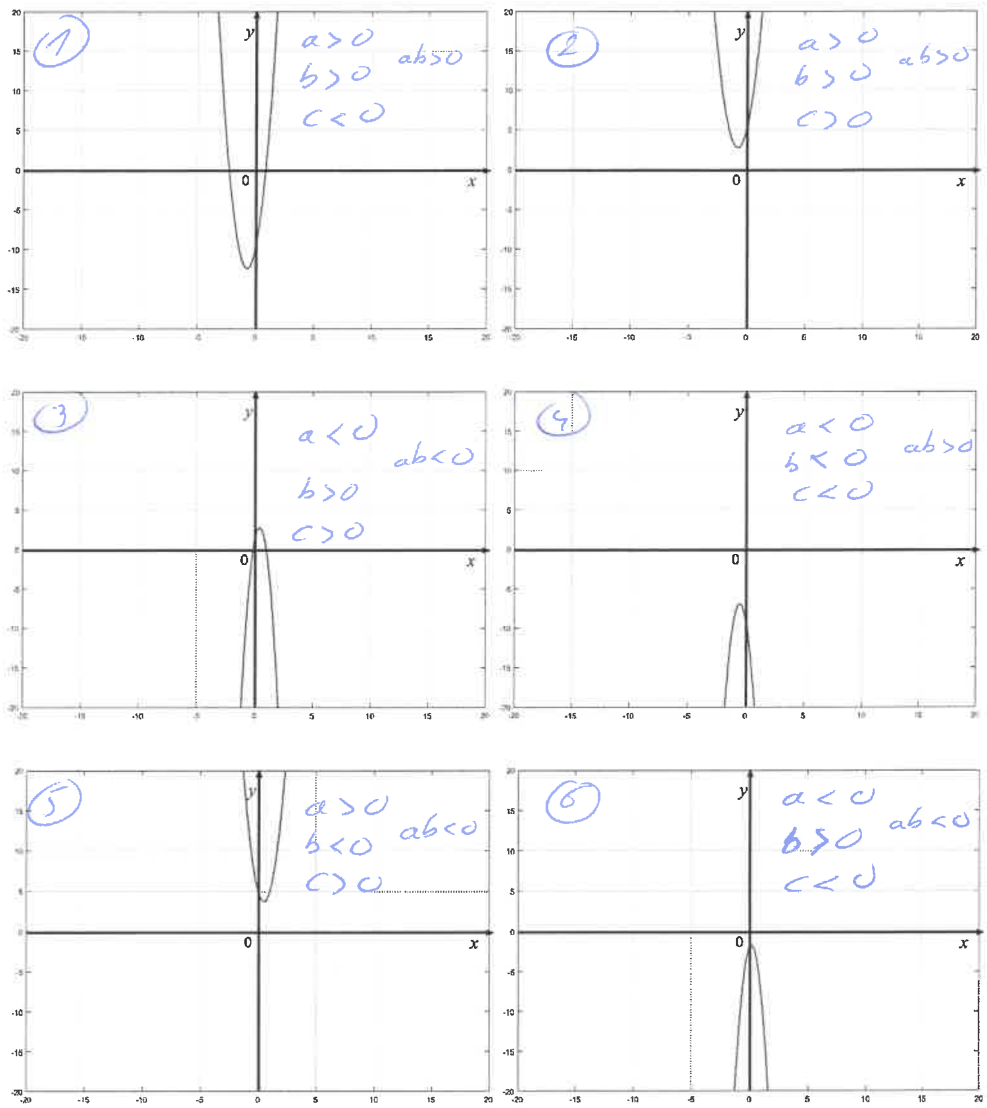
B) 3

C) 4

D) 5

E) Aucune des réponses ci-dessus n'est correcte

MC3a Vous trouverez ci-dessous les paraboles qui sont le graphique d'une fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$.



Parmi les cas suivants, lequel n'a pas été représenté dans l'une des figures ci-dessus?

A) $a > 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c < 0$ Fig 1

B) $a < 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c < 0$ Fig 4

C) $a > 0$; $(a \cdot b) < 0$; $c > 0$ Fig 5

D) $a > 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c > 0$ Fig 2

E) Tous les cas ci-dessus sont représentés parmi les figures proposées.

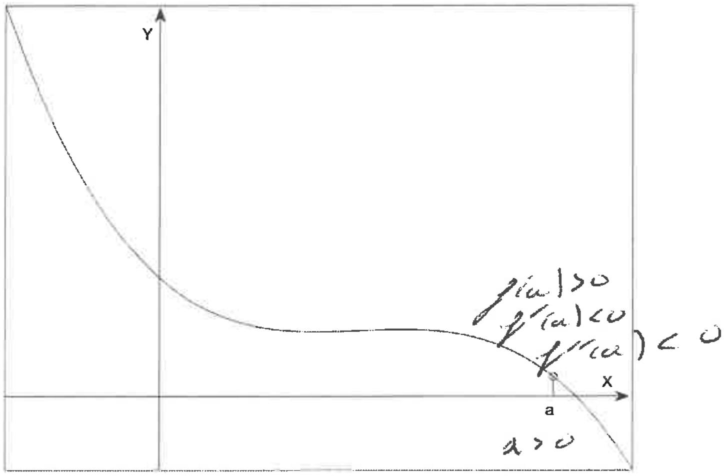
$f(0) = c$

$f'(0) = b$

$\cup \rightarrow a > 0$

$\cap \rightarrow a < 0$

MC4a Considérons le graphique de la fonction $y = f(x)$ dans la figure ci-dessous.



Laquelle des affirmations suivantes est correcte ? (f' est la dérivée première de f et f'' est la dérivée seconde de f.)

A) $\cancel{f(a) < 0}, f'(a) < 0, f''(a) < 0$

B) $f(a) > 0, f'(a) < 0, f''(a) < 0$

C) $\cancel{f(a) < 0}, \cancel{f'(a) > 0}, f''(a) < 0$

D) $f(a) > 0, f'(a) < 0, \cancel{f''(a) > 0}$

E) $f(a) > 0, \cancel{f'(a) > 0}, \cancel{f''(a) > 0}$

MC5a Soit $f(x) = 4x^2 + 4x - 2$. Indiquez l'affirmation qui n'est pas correcte.

A) f possède un minimum pour $x < 0$.

B) f prend aussi bien des valeurs négatives que positives dans l'intervalle $[-4, 4]$.

C) f ne possède pas de minimum pour $x > -1$

D) f possède un zéro aussi bien pour $x > 0$ que pour $x < 0$.

Si vous pensez que toutes les affirmations ci-dessus sont correctes, répondez par "E".

$$f(x)=0 \iff x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+32}}{8} = \frac{-4 \pm \sqrt{48}}{8}$$

$$= \frac{-4 \pm 2\sqrt{12}}{8} \iff \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{12}}{4} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{12}}{4} \end{cases}$$

$$9 < 12 < 16$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{12} < 4$$

$$\frac{3}{4} < \frac{\sqrt{12}}{4} < 1$$

1) $\Rightarrow -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} < -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{12}}{4} < -\frac{1}{2} + 1$

$$\frac{1}{4} < \underbrace{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{12}}{4}}_{x_1} < \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 \in \left]\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right[$$

2) $\Rightarrow -\frac{1}{2} - 1 < -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{12}}{4} < -\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

$$-\frac{3}{2} < \underbrace{-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{12}}{4}}_{x_2} < -\frac{5}{4} \Rightarrow x_2 \in \left]-\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right[$$

$f'(x) = 8x + 4 \Rightarrow f'(x) = 0 \iff x = -\frac{1}{2}$

$f''(x) = 8 \Rightarrow$ mínimo para $x = -\frac{1}{2}$

MC6a Si $0 < \left(\left|\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right|\right)^2 < 3$, à quels quadrants pourrait appartenir x ?

Réponse:

A) Au quadrant 1 ou 2, mais pas aux autres quadrants.

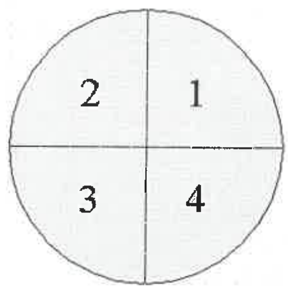
B) Au quadrant 1 ou 3, mais pas aux autres quadrants.

C) Au quadrant 2 ou 4, mais pas aux autres quadrants.

D) Au quadrant 3 ou 4, mais pas aux autres quadrants.

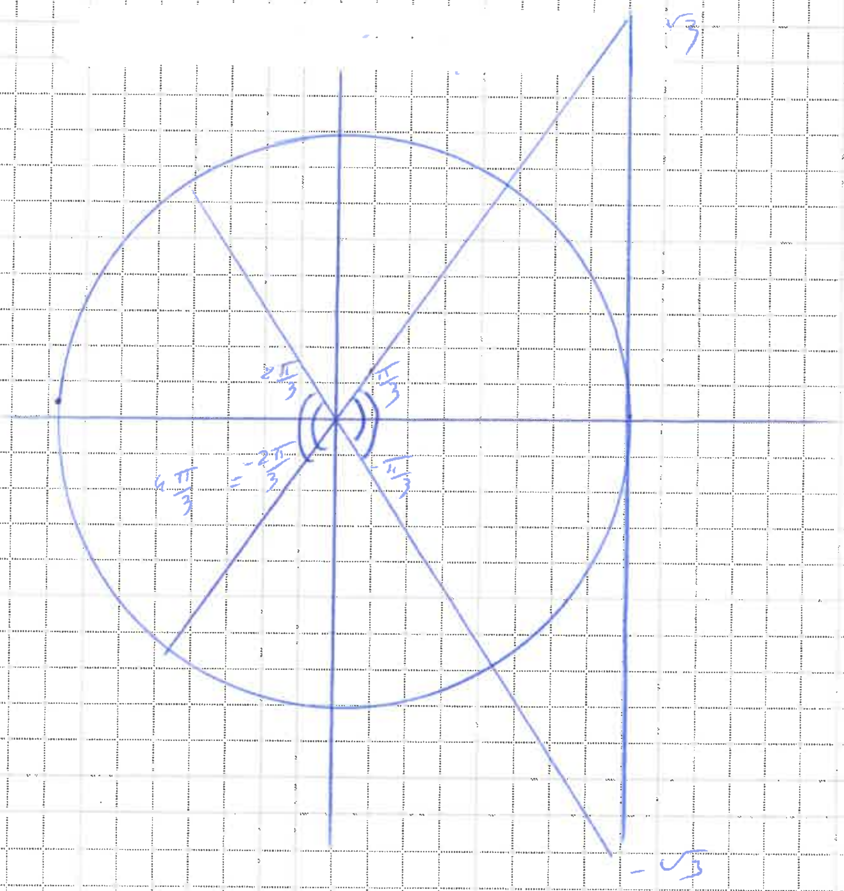
E) Aucune des réponses ci-dessus n'est correcte

La numérotation des quadrants est donnée dans la figure ci-dessous.



$$0 < \left(\left| \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right| \right)^2 < 3$$

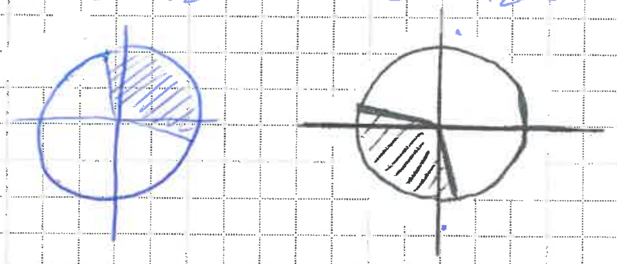
$$-\sqrt{3} < \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{3}$$



$$x - \frac{\pi}{4} \in \left] \frac{-\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right[\text{ ou } \left] \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right[$$

$$x - \frac{3\pi}{12} \in \left] \frac{-4\pi}{12}, \frac{4\pi}{12} \right[\text{ ou } \left] \frac{8\pi}{12}, \frac{16\pi}{12} \right[$$

$$x \in \left] \frac{-\pi}{12}, \frac{7\pi}{12} \right[\text{ ou } \left] \frac{11\pi}{12}, \frac{19\pi}{12} \right[$$



$\Rightarrow$ Tous les quadrants possibles

MC7a Lequel des cercles suivants dans le plan n'a pas d'intersection avec l'axe x ?

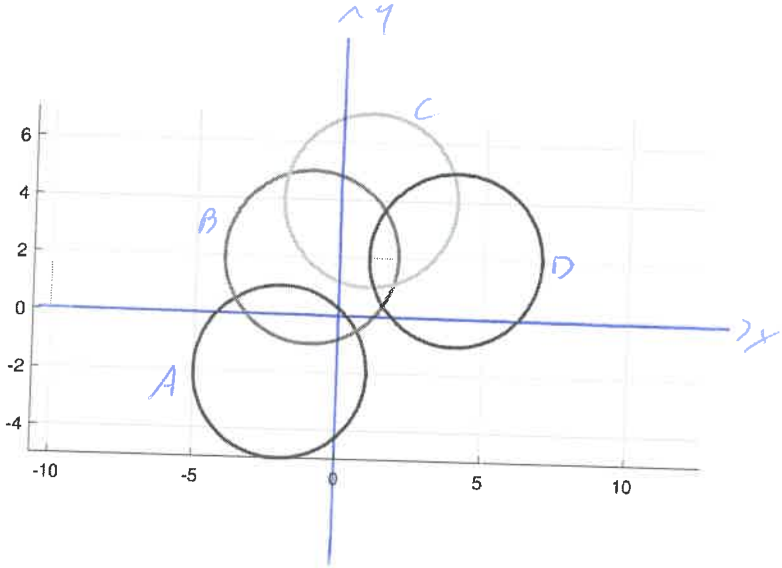
A) $(x+2)^2+(y+2)^2=9$

B) $(x+1)^2+(y-2)^2=9$

C) $(x-1)^2+(y-4)^2=9$

D) $(x-4)^2+(y-2)^2=9$

E) Tous les cercles ont une intersection avec l'axe des x.


y
x
A
B
C
D
6
4
2
0
-2
-4
-10
-5
0
5
10

MC8a Laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

A) $\log\left(6^4\right) = (\log(6))^4$

B) $\log(24) = \log(6)\log(4)$

C) $\log(36) = 2\left(\log(2) + \log(4)\right)$

D) $\log(36) = 2\left(\log(2) + \log(3)\right)$

E) Aucune des affirmations ci-dessus n'est correcte

MC9a Combien d'entiers sont des solutions de $\left(\frac{x}{2}\right)^2 \leq 2x$?

Réponse:

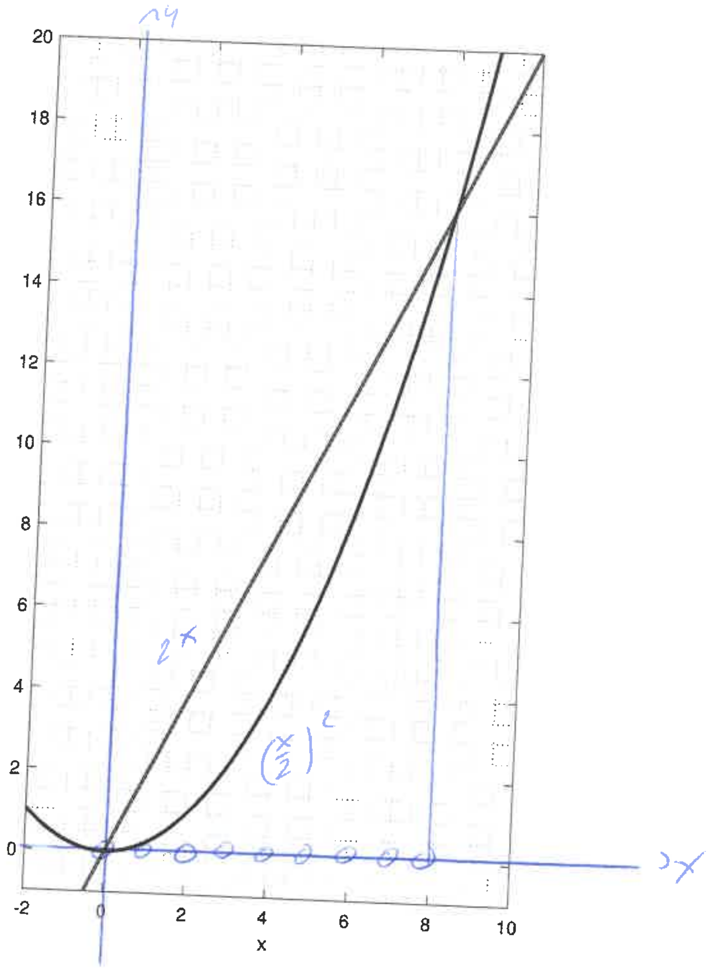
A) moins de 3

B) plus de 2, mais moins de 6

C) plus de 5, mais moins de 9

D) plus de 8, mais moins de 12

E) plus de 11



9 solutions

MC10a Combien de valeurs parmi les suivantes satisfont à l'inégalité suivante :
$1+\sin(x)+2(\sin(x))^2+5(\sin(x))^3 \leq 4$?

- $x = 0$
- $x = \frac{\pi}{4}$
- $x = \frac{2\pi}{4}$
- $x = \frac{3\pi}{4}$
- $x = \pi$
- $x = \frac{5\pi}{4}$
- $x = \frac{6\pi}{4}$
- $x = \frac{7\pi}{4}$
- $x = 2\pi$

Réponse:

A) aucune valeur

B) une seule valeur

C) plus de 1, mais moins de 4

D) plus de 3, mais pas toutes

E) toutes les valeurs.

- $x = 0 \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1+0+0+0| \leq 4$
- $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1+\frac{\sqrt{2}}{2}+2\cdot\frac{1}{2}+5\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}|$ $\approx |1+0{,}7+1+1{,}8| > 4$
- $x = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1+1+2+5| > 4$
- $x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1+\frac{\sqrt{2}}{2}+2\cdot\frac{1}{2}+5\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}|$ $\approx |1+0{,}7+1+1{,}8| > 4$
- $x = \pi \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1+0+0+0| \leq 4$
- $x = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1-\frac{\sqrt{2}}{2}+2\cdot\frac{1}{2}-5\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}|$ $\approx |1-0{,}7+1-1{,}8| \leq 4$
- $x = \frac{6\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1-1+2-5| \leq 4$
- $x = \frac{7\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1-\frac{\sqrt{2}}{2}+2\cdot\frac{1}{2}-5\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}|$ $\approx |1-0{,}7+1-1{,}8| \leq 4$
- $x = 2\pi \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$ $|1+0+0+0| \leq 4$

6 solutions