

Epreuve commune

2018

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série C

20 questions - 2 heures

1. Les figures associées à certaines questions sont illustratives et ne sont pas faites à l'échelle. Cela ne sert à rien de mesurer.
2. Les manuels et les calculatrices ne sont pas permis. Les lattes, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
3. Les réponses aux 20 questions sont valorisées de la façon suivante:
  - Vous démarrez avec 20 sur 100.
  - Une réponse correcte vous donne 4 points.
  - Une réponse fautive vous fait perdre un point.
  - Une réponse blanche ne modifie pas le résultat.

**Question 1** Le quotient de la division de  $100^{50}$  par  $50^{25}$  est égal à

- (A)  $2(50^{25})$     (B)  $2^{25}$     (C)  $50^{25}$     (D)  $200^{25}$     (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 2** Déterminer la dérivée de

$$\sqrt{\frac{1}{\cos 2x}}$$

- (A)  $\frac{\sin(4x)}{2}$     (B)  $\frac{\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$     (C)  $-\frac{\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$     (D)  $\frac{2\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$     (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 3** Déterminer les conditions d'existence de l'expression mathématique suivante.

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 3x - 2}$$

- (A)  $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$     (B)  $x \in \mathbb{R}$     (C)  $x \geq \frac{1}{2}$  of  $x \leq -2$     (D)  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -2, \frac{1}{2} \right\}$   
 (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 4** Si nous savons que le polynôme  $x^3 + ax^2 - bx - 4$  est divisible par  $x^2 - x + 2$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), à quoi est  $a - b$  alors égal ?

- (A)  $-1$     (B)  $1$     (C)  $3$     (D)  $-3$     (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 5** Sur un chantier de construction, il y a un tas de sable de  $10 \text{ m}^3$ . Chaque mois, environ 5 % du sable s'envole. Environ combien de  $\text{m}^3$  de sable restera-t-il sur le chantier après 3 mois ?

- (A) 8,57375    (B) 8,50000    (C) 7,15000    (D) 9,85000    (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 6** Considérer  $|a^2 - k^2x^2| \leq 1$  avec  $a, k \in \mathbb{R}_0$ . Quelles sont les conditions à respecter pour que cette inégalité ait des solutions dans  $\mathbb{R}$  ?

- (A)  $a \geq 1$     (B)  $a > 1$     (C)  $a < 1$     (D)  $a \leq 1$     (E) aucune réponse n'est correcte

20 questions - 2 heures

**Question 7** Déterminer la réciproque de la fonction  $f(x)$  définie pour toutes les valeurs de  $x \neq 0$ .

$$f(x) = \frac{x}{5 - 2x^2} \quad \left( x \neq \pm\sqrt{\frac{5}{2}} \right)$$

- (A)  $f^{-1}(x) = \frac{-1 + \sqrt{40x^2 + 1}}{4x}$     (B)  $f^{-1}(x) = \frac{-1 - \sqrt{40x^2 + 1}}{4x}$     (C)  $f^{-1}(x) = \frac{5 - 2x^2}{x}$   
 (D)  $f^{-1}(x) = \frac{-x}{5 - 2x^2}$     (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 8** Simplifier

$$\frac{(y^{-1} - x^{-1})^{-1} - (y^{-1} + x^{-1})^{-1}}{(x^{-1} + y^{-1})^{-1} - (x^{-1} - y^{-1})^{-1}} \quad \text{avec } x, y \neq 0, x \neq y \text{ et } x \neq -y.$$

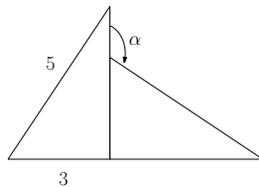
- (A)  $\frac{y}{x}$     (B)  $\frac{x}{y}$     (C)  $\frac{x+y}{2y}$     (D)  $\frac{x+y}{y-x}$     (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 9** Supposons que les concentrations de 2 substances  $A$  et  $B$  dans un liquide sont inversement proportionnelles et positives. Les concentrations sont exprimées en grammes par litre. Si la concentration de la substance  $A$  passe de 5 grammes par litre à 6,25 grammes par litre, alors la concentration de la substance  $B$  diminue de

- (A) 20%    (B) 22,5%    (C) 25%    (D) 50%    (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 10** On veut obtenir 10 litres de savon liquide parfumé d'une valeur de 20 EUR par litre, en mélangeant du savon liquide à la rose à 28,5 EUR par litre, et du savon liquide au jasmin à 3,5 EUR par litre. De combien de litres de savon liquide au jasmin avons-nous besoin ?

- (A) 6,6 l    (B) 2,65 l    (C) 3,4 l    (D) 7,35 l    (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 11** Dans la figure suivante, nous considérons deux triangles rectangulaires de taille égale. Déterminer le sinus de l'angle  $\alpha$  (voir figure).

- (A)  $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$     (B)  $\sin(\alpha) = \frac{3}{4}$     (C)  $\sin(\alpha) = -\frac{3}{4}$     (D)  $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$   
 (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 12** Résoudre dans  $\mathbb{R}$ :

$$\int_{3\pi}^{\alpha} \cos\left(-\frac{x}{6}\right) dx = -3$$

- (A)  $\alpha = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ou  $\alpha = 5\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$     (B)  $\alpha = 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ou  $\alpha = 4\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$   
 (C)  $\alpha = 3\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$     (D)  $\alpha = \pi + 12k\pi, k \in \mathbb{Z}$     (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 13** Tous les jours, Daan prend l'escalator jusqu'au deuxième étage. Si l'escalator est mis en marche et que Daan reste immobile, cela dure 60 secondes. Si l'escalator n'est pas allumé et que Daan doit monter l'escalator à pied, il est en 90 secondes à l'étage. En combien de secondes Daan est-il à l'étage lorsque l'escalator est en marche et qu'il marche aussi ?

- (A) 30 secondes      (B) 36 secondes      (C) 75 secondes      (D) 60 secondes  
 (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 14** Vous voulez peindre un grand smiley (seulement les yeux et la bouche, voir figure). Pour la bouche, utiliser les équations  $y = \frac{x^2}{3} - 3$  et  $y = \frac{2x^2}{3} - 6$  pour la lèvre supérieure et inférieure respectivement ( $x$  est exprimé en m et  $y$  est exprimé en  $m^2$ ). Vous utilisez 1 litre de peinture par  $m^2$ . Quelle est la taille maximale du diamètre (en m) des yeux si vous avez 20 litres de peinture? Vous pouvez supposer que les deux yeux sont de la même taille.



- (A)  $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$       (B)  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$       (C)  $2\sqrt{\frac{2}{\pi}}$       (D) ceci n'est pas possible      (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 15** Combien de solutions possède l'équation suivante dans l'intervalle  $[0, \pi[$  ?

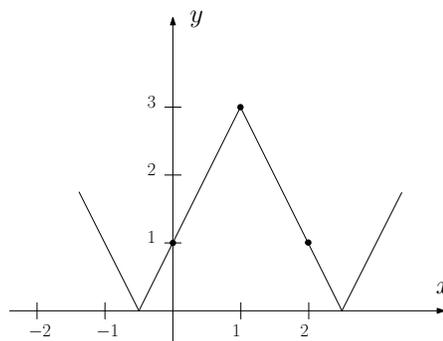
$$4 \sin^2(2x) = 1$$

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 6      (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 16** Considérer une parabole:  $y = 2x^2 + (a - 1)x + (a - 1)^2$  avec  $a \in [0, 1]$ . Nous considérons la somme des carrés des coordonnées en  $x$  des points zéro de cette parabole. Quelle est la valeur maximale de cette somme ?

- (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{5}{4}$       (C) 0      (D)  $\frac{3}{2}$       (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 17** Quelle expression correspond au graphique suivant ?



- (A)  $y = |3 - 2|x - 1||$       (B)  $y = |x - 1| + 1$       (C)  $y = ||x| - 1| + 1$       (D)  $y = |x^2 - 1| + 1$   
 (E) aucune réponse n'est correcte

Epreuve commune

2018

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série C

20 questions - 2 heures

**Question 18** Considérons l'équation  $y = (a - 3)x^2$  avec  $a \in \mathbb{R}$ . Pour quelle valeur de  $a$  la tangente en  $x = 2$  forme-t-elle un angle de l'axe de  $30^\circ$  avec l'axe des  $X$  ?

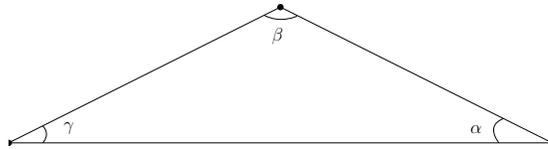
- (A)  $a = \frac{\sqrt{2}}{8} + 3$     (B)  $a = \frac{1}{2\sqrt{2}} + 6$     (C)  $a = \frac{1}{4\sqrt{3}} + 3$     (D)  $a = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 3$   
 (E) aucune réponse n'est correcte

**Question 19** Soit une parabole  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$ . Au moins une des déclarations ci-dessous est incorrecte. Laquelle ou lesquelles ?

1. L'intersection de sa dérivée avec l'axe des  $X$  correspond au sommet de la parabole.
2. La fonction dérivée est une droite avec une pente négative parce que la parabole est ouverte vers le bas.
3. La fonction dérivée d'une parabole a toujours deux intersections avec la parabole.
4. Une parabole est décroissante lorsque le graphique de la fonction dérivée de cette parabole se trouve en dessous de l'axe des  $X$ .

- (A) affirmation 1    (B) affirmation 2    (C) affirmation 3    (D) affirmation 4  
 (E) plus qu'une affirmation est incorrecte

**Question 20** Considérer un triangle isocèle. La figure montre l'angle supérieur  $\beta$  et les angles de base  $\alpha$  et  $\gamma$ . L'angle de base  $\gamma$  est de  $15^\circ$ . Quelle est l'expression correcte faisant intervenir les angles  $\alpha$  et  $\beta$  ?



- (A)  $\sin \alpha - \sin \beta \geq 0$     (B)  $\sin \beta - \cos \alpha \geq 0$     (C)  $\cos \alpha - \cos \beta \geq 0$     (D)  $\cos \beta - \cos \alpha \geq 0$   
 (E) aucune réponse n'est correcte