
Gemeenschappelijke proef wiskunde

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

20 Vragen

2024

Reeks B

- Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
 - De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 0 op 20.
 - Een juist antwoord geeft u 1 punt.
 - Een blanco antwoord of fout antwoord verandert uw resultaat niet.
 - Schrijf uw antwoorden op het antwoordblad.
 - **Elk antwoord dient te worden geschreven als een geheel getal of een onvereenvoudigbare breuk of als een hoofdletter, tenzij anders vermeld.**
 - **Gebruik $\pi = 3,14$ in uw berekeningen.**
-

1. Hoeveel rationale getallen staan er in onderstaande lijst ?

- $12^{\frac{0}{1}}$
- $(-36)^{\frac{1}{2}}$
- $27^{\frac{2}{3}}$
- $30^{\frac{3}{4}}$
- $25^{\frac{3}{2}}$
- $16^{\frac{4}{3}}$
- $16^{\frac{5}{4}}$

Antwoord: ...

2. U wil met uw wagen van België naar het zuiden van Frankrijk rijden. De afstand die u daarvoor moet rijden is 1200km. Een derde van de tijd rijdt u aan een constante snelheid van 60km/u, de rest van de tijd aan een constante snelheid van 120km/u. De prijs van de benzine bedraagt 1,8 Euro per liter.

Snelheid (km/u)	Verbruik (l/100km)
30	5,2
40	5,3
50	5,4
60	5,6
70	5,8
80	6,0
90	6,2
100	6,5
110	6,8
120	7,1
130	7,5
140	7,9
150	8,5

Hoeveel gaat de rit u kosten aan benzine ?

(Afronden naar het dichtsbijzijnde geheel getal)

Antwoord: ... Euro

3. In uw logistieke eenheid werken 32 personen. Eén enkel persoon heeft een rijbewijs voor bus, vrachtwagen en tank. Twee personen hebben een rijbewijs voor bus en voor vrachtwagen, maar niet voor tank. Vijftien personen hebben een rijbewijs voor tank; hiervan hebben er vijf ook een rijbewijs voor vrachtwagen. Twaalf personen hebben een rijbewijs voor bus; hiervan hebben er twee geen rijbewijs voor tank.

Hoeveel personen zijn er in uw logistieke eenheid die tegelijkertijd geen rijbewijs hebben voor bus en geen rijbewijs voor tank ?

Antwoord: ... personen

4. Gegeven:
$$\begin{cases} -3x + y + 2z = -1 \\ 3x - y + 2z = 17 \\ x + y + 2z = 7 \end{cases}$$

Gevraagd: hoeveel bedraagt het product van x , y en z ?

Antwoord: $x \cdot y \cdot z = \dots$

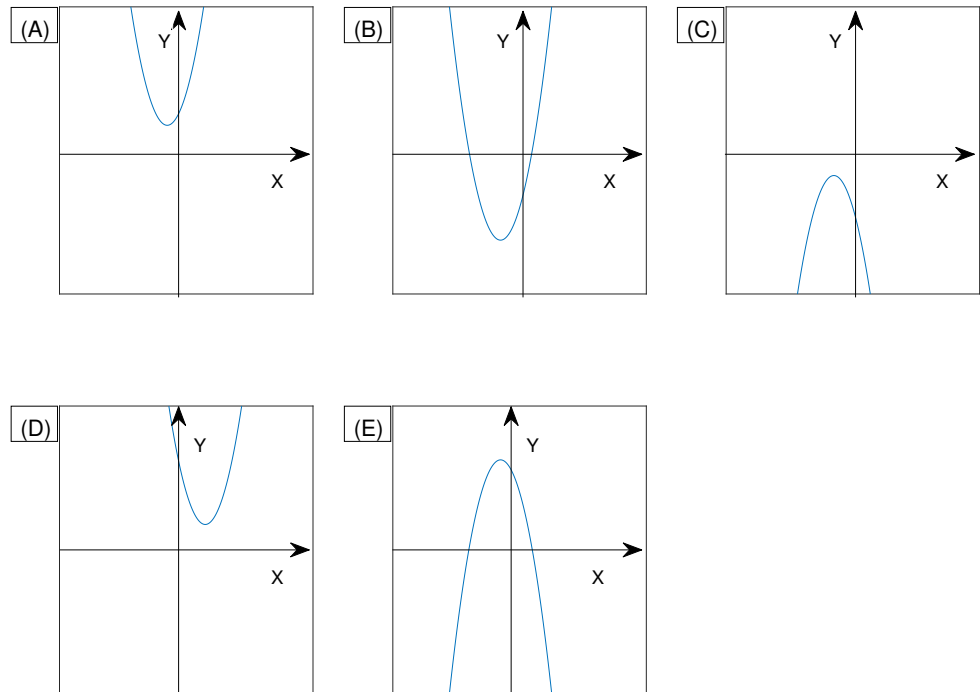
5. Gegeven:

- $y = -x + 6$
- $y > 2x^2 + 8x + 15$
- y is een geheel getal

Gevraagd: hoeveel bedraagt y ?

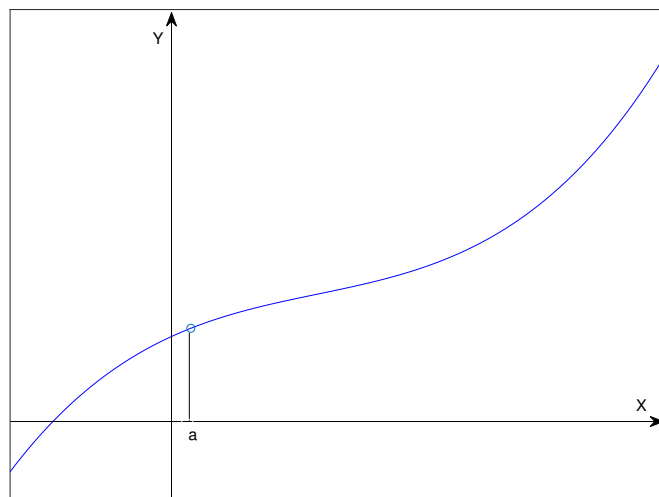
Antwoord: $y = \dots$

6. Welke van de volgende parabolen is de grafiek van een functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ waarvoor geldt dat $a < 0, b < 0, c < 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) ?



Antwoord: ...

7. Beschouw de grafiek van de functie $y = f(x)$ in de figuur hieronder.



Vul onderstaande tabel aan met “>”, “<” of “=”.

Antwoord:	$f(a) \dots 0$
	$f'(a) \dots 0$
	$f''(a) \dots 0$

(Hierbij is f' de eerste afgeleide van f en f'' de tweede afgeleide van f , i.e. de afgeleide van f' .)

8. Zij $f(x) = -2x^2 + 2x - 1$, $g(x) = 2x + 1$. Hoeveel bedraagt $f(g(2))$?

Antwoord: $f(g(2)) = \dots$

9. Zij $f(x) = -2 \left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)^6$

en g de afgeleide van f .

Hoeveel bedraagt $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

Antwoord : $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$

10. Bepaal a en b zodat de grafiek van de functie $f(x) = 3x^2 - a + bx + 4$ een horizontale raaklijn bezit in $x = 1$ en een nulpunt in $x = -1$.

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

11. Zij $y = ax + b$ de vergelijking van de rechte die gaat door het punt $(1, -2)$ en die loodrecht staat op de rechte gegeven door $-2x + 3y - 4 = 0$. Bepaal a en b .

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

12. Gegeven:

- $a = 3$
- $c = 30$
- $d = 5$
- $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Bepaal b zodat de raaklijn aan de grafiek van f voor $x = 2$ evenwijdig is aan de raaklijn aan de grafiek van f voor $x = 4$.

Antwoord: $b = \dots$

13. Gegeven:

- $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$
- $x = -1$ is een nulpunt van f .
- De twee andere nulpunten van f zijn reëel.

Gevraagd: de absolute waarde van het verschil van de twee andere nulpunten.

Antwoord = \dots

14. Gegeven: $f(x) = -2x^3 + kx^2 - 36x + 15$

Bepaal k zodat f een extremum bereikt voor $x = 3$ en geef de aard van het extremum.

Antwoorden:

$k = \dots$

Extremum = maximum/minimum (schrappen wat niet past)

15. Indien $\int_0^b x^3 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos(x) dx$, wat is dan de waarde van $b \in \mathbb{R}, b > 0$?

Antwoord: $b = \dots$

16. Beschouw de volgende veeltermdeling: $\frac{3x^3 + 2x^2 + x + a}{3x - 2}$

Wat is de waarde van a als de rest van deze veeltermdeling $\frac{13}{9}$ bedraagt?

Antwoord: $a = \dots$

17. Hoeveel bedraagt de oppervlakte ingesloten door de volgende drie rechten:

- $y = 4$
- $y = 4x - 4$
- $y = -4x + 20$

Antwoord: Oppervlakte = \dots

18. Gegeven: Een rechthoek met omtrek 1400 cm en oppervlakte 1200 dm^2

Gevraagd: De oppervlakte van de grootste cirkel die volledig binnen deze rechthoek ligt.

Antwoord = $\dots \text{ cm}^2$

19. U heeft 12 muntstukken in uw bezit, waarvan 5 muntstukken uit België zijn, 3 muntstukken uit Nederland zijn en 4 muntstukken uit Frankrijk zijn. Indien u alle muntstukken tegelijkertijd opgooit en er maar vier opvangt, wat is dan de kans dat u exact drie muntstukken uit België heeft? (Elk individueel muntstuk heeft dezelfde waarschijnlijkheid om opgevangen te worden.)

Rond uw antwoord af tot het dichtstbijzijnde geheel percent, dus zonder cijfers na de komma.

Antwoord = $\dots \%$

20. U heeft 2 dobbelstenen met zes zijden. Indien u alle dobbelstenen tweemaal werpt, wat is dan de kans dat de waarde van de eerste worp (m.a.w. de som van het aantal ogen van alle dobbelstenen) minstens het dubbel is van de waarde van de tweede

worp?

Rond uw antwoord af tot het dichtstbijzijnde geheel percent, dus zonder cijfers na de komma.

Antwoord: ...%

Gemeenschappelijk proef wiskunde 2024 (N)

Antwoorden en oplossingen

Vraag 1

Antwoord: 4

Oplossing:

De rationale getallen uit de lijst zijn $12^{\frac{0}{1}}$ (= 1), $27^{\frac{2}{3}}$ (= 9), $25^{\frac{3}{2}}$ (= 125), $16^{\frac{5}{4}}$ (= 32).

Vraag 2

Antwoord: 147 Euro

Oplossing:

De afstand aan 60 km/u bedraagt één vierde van de afstand aan 120 km/u (de helft van de snelheid en gedurende slechts de helft van de tijd aan 120 km/u). Ze bedraagt dus één vijfde van de totale afstand. Er wordt dus $1.200/5 = 240$ km gereden aan 60 km/u (5,6 l/100 km) en 960 km aan 120 km/u (7,1 l/100 km). De totale benzinekost bedraagt dan:

$$\left(240 \text{ km} \times 5,6 \frac{\text{liter}}{100 \text{ km}} \times 1,8 \frac{\text{Euro}}{\text{liter}}\right) + \left(960 \text{ km} \times 7,1 \frac{\text{liter}}{100 \text{ km}} \times 1,8 \frac{\text{Euro}}{\text{liter}}\right) = 146,88 \text{ Euro}$$

Vraag 3

Antwoord: 15 personen

Oplossing:

	Bus	Vrachtw.	Tank			
1	Nee	Nee	Ja		15 (*)	32 (*)
2	Nee	Ja	Ja	5-1=4 (1)		
3	Ja	Nee	Ja	12-3=9 (3)		
4	Ja	Ja	Ja	1 (*)		
5	Ja	Nee	Nee	2-2=0 (2)		
6	Ja	Ja	Nee	2 (*)		
7	Nee	Nee	Nee			
8	Nee	Ja	Nee	32-15-2=15 (4)		

(*) Gegeven

(1) In totaal hebben 5 personen een rijbewijs voor tank en vrachtwagen (= rijen 2 en 4). Slechts één persoon hiervan heeft ook een rijbewijs voor bus (= rij 4). Van deze 5 zijn er dus $5-1 = 4$ zonder rijbewijs voor bus (= rij 2).

(2) Twaalf personen hebben een rijbewijs voor bus (= rijen 3 tot en met 6); hiervan hebben er twee geen rijbewijs voor tank (= rijen 5 en 6). De waarde van rij 5 is dus 2 min de waarde van rij 6 (= $2-2 = 0$).

(3) Twaalf personen hebben een rijbewijs voor bus (= rijen 3 tot en met 6). De waarde van rij 3 is dus 12 min de waardes van rijen 4, 5 en 6 ($= 12 - 1 - 0 - 2 = 12 - 3 = 9$).

(4) Er werken in totaal 32 personen (= alle rijen). Vijftien hiervan hebben een rijbewijs voor tank (= rijen 1 tot en met 4). Het aantal personen zonder rijbewijs voor tank (= rijen 5 tot en met 8) bedraagt dus $32 - 15 = 17$. Hiervan zijn er twee met een rijbewijs bus (= rijen 5 en 6), en dus: $32 - 15 - 2 = 15$ zonder rijbewijs bus.

Vraag 4

Antwoord: -24

Oplossing:

Oplossen van het gegeven stelsel geeft $x = 2, y = -3, z = 4$. Hun product is gelijk aan -24 .

Vraag 5

Antwoord: 8

Oplossing:

Oplossen van $-x + 6 = 2x^2 + 8x + 15$ ($2x^2 + 9x + 9 = 0$) geeft de volgende snijpunten tussen de rechte $-x + 6 = 0$ en de parabool $y = 2x^2 + 8x + 15$: $(-3, 9)$ en $(-\frac{3}{2}, \frac{15}{2})$. Het enige punt op de rechte en binnen de parabool waarvoor y een geheel getal is, wordt dus gekenmerkt door $y = 8$ (enige gehele waarde tussen 9 en $\frac{15}{2} (= 7,5)$).

Opmerking: Maak een schets voor een beter begrip.

Vraag 6

Antwoord: C

Oplossing:

Parabolen A, B en D hebben $a > 0$. Parabool E heeft $c > 0$. Deze vallen dus af.

Parabool C heeft $a < 0$ (bergparabool), $c < 0$ (y-waarde snijpunt met y-as) en $b < 0$ (want $\frac{-b}{2a} < 0$ (x-waarde top) en $a < 0$).

Vraag 7

Antwoord:

$f(a) > 0$
$f'(a) > 0$
$f''(a) < 0$

Oplossing:

De functiewaarde voor $x = a$ is positief ($f(a) = y > 0$).

De functie is stijgend voor $x = a$, dus positieve eerste afgeleide $f'(a)$.

De grafiek van de functie is 'hol' voor $x = a$, dus negatieve tweede afgeleide $f''(a)$.

Vraag 8Antwoord: -41

Oplossing:

$$g(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

$$f(g(2)) = f(5) = -2 \times 5^2 + 2 \times 5 - 1 = -50 + 10 - 1 = -41$$

Vraag 9Antwoord: $\frac{3}{4}$

Oplossing:

$$g(x) = f'(x) = 6 \left(\cos\left(\frac{x}{2}\right) \right)^5 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6 \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right)^5 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 6 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^6 = 6 \left(\frac{1}{2} \right)^3 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Vraag 10Antwoord: $a = 13$, $b = -6$

Oplossing:

$$\text{Horizontale raaklijn in } x = 1: f'(1) = 6 \times 1 + b = 0 \Rightarrow b = -6$$

$$\text{Nulpunt in } x = 1: f(1) = 3 - a - b - 4 = 3 - a + 6 + 4 = 0 \Rightarrow a = +13$$

Vraag 11Antwoord: $a = -\frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$

Oplossing:

$$\text{Loodrecht op } -2x + 3y - 4 = 0 \left(y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \right) \Rightarrow a = \frac{-1}{2/3} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Gaat door } (1, -2): a + b = -\frac{3}{2} + b = -2 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

Vraag 12Antwoord: $b = -27$

Oplossing:

$$f(x) = 3x^3 + bx^2 + 30x + 5$$

$$f'(x) = 9x^2 + 2bx + 30$$

$$f'(2) = 36 + 4b + 30$$

$$f'(4) = 144 + 8b + 30$$

$$f'(2) = f'(4) \Rightarrow 36 + 4b + 30 = 144 + 8b + 30 \Rightarrow b = -27$$

Vraag 13

Antwoord: 1

Oplossing:

 $f(x)$ is deelbaar door $(x + 1)$ Na uitvoeren van de deling: $f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x - 1) = (x - 2)(x - 3)(x - 1)$ De andere nulpunten zijn dus $x = 2$ en $x = 3$.De absolute waarde van hun verschil is gelijk aan 1 ($|3 - 2| = |2 - 3| = 1$).**Vraag 14**Antwoord: $k = 15$, extremum = maximum

Oplossing:

Extremum: $f'(x) = -6x^2 + 2kx - 36 = 0$ Extremum voor $x = 3$: $f'(3) = -54 + 6k - 36 = 0 \Rightarrow k = 15$ $f'(x)$ wisselt bij $x = 3$ van een positief teken ($f(x)$ stijgend) naar een negatief teken ($f(x)$ dalend), dus het extremum bij $x = 3$ is een maximum.**Vraag 15**Antwoord: $b = 2$

Oplossing:

$$\int_0^b x^3 dx = \frac{b^4}{4}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos(x) dx = 4 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$$

$$\frac{b^4}{4} = 4 \Rightarrow b = \pm 2$$

$$b > 0 \Rightarrow b = 2 \quad (-2 < 0)$$

Vraag 16Antwoord: $a = -1$

Oplossing:

De rest bij deling van $f(x)$ door $(3x - 2)$ is 3 maal groter dan de rest bij deling van $\frac{f(x)}{3}$ door
 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$. De laatste is dus gelijk aan $\frac{1}{3} \cdot \frac{13}{9} = \frac{13}{27}$, en is volgens de reststelling ook gelijk aan $\frac{f\left(\frac{2}{3}\right)}{3} = \frac{1}{3} \left(3 \frac{8}{27} + 2 \frac{4}{9} + \frac{2}{3} + a\right)$.
Oplossen van $\frac{1}{3} \left(3 \frac{8}{27} + 2 \frac{4}{9} + \frac{2}{3} + a\right) = \frac{13}{27}$ geeft $a = -1$.

Vraag 17

Antwoord: Oppervlakte = 4

Oplossing:

We gebruiken twee keren de formule voor de oppervlakte tussen de grafieken van twee functies $f(x)$ en $g(x)$: $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ met telkens $g(x) = 4$. De integratiegrenzen a en b worden gegeven door de abscissen (x-waardes) van de snijpunten van de gegeven rechten.

$$\int_2^3 (4x - 4 - 4) dx + \int_3^4 (-4x + 20 - 4) dx = [2x^2 - 8x]_2^3 + [-2x^2 + 16x]_3^4 = 2 + 2 = 4$$

Opmerking: Maak een schets voor een beter begrip. De oppervlakte is tevens gelijk aan de oppervlakte van de (gelijkzijdige) driehoek met hoekpunten (2,4), (3,8) en (4,4).

Vraag 18

Antwoord: 70650 cm^2

Oplossing:

$$L + B = 800 \text{ cm.}$$

$$L \times B = L \times (800 - L) = 15000 \text{ cm}^2 \Rightarrow L = 500 \text{ cm} \Rightarrow 800 - L = B = 300 \text{ cm.}$$

De grootste cirkel die volledig binnen deze rechthoek past heeft een diameter die gelijk is aan de breedte van de rechthoek (300 cm). De oppervlakte bedraagt $3,14 \frac{(300 \text{ cm})^2}{4} = 70650 \text{ cm}^2$.

Opmerking: Maak eventueel een schets voor een beter begrip.

Vraag 19

Antwoord: 14 %

Oplossing:

Een kansboom leert dat er 8 gunstige uitkomsten zijn, waarvan vier met een kans van $\frac{5}{12} \frac{4}{11} \frac{3}{10} \frac{3}{9} = \frac{5}{330}$ en vier met een kans van $\frac{5}{12} \frac{4}{11} \frac{4}{10} \frac{3}{9} = \frac{2}{99}$.

De totale kans op een gunstige uitkomst is dus gelijk aan $4 \frac{5}{330} + 4 \frac{2}{99} = \frac{14}{99} \cong 0,14$

Vraag 20

Antwoord: 12 %

Oplossing:

Met 2 dobbelstenen zijn er 36 worpen mogelijk: 1-1 1-2 1-3 1-4 1-5 1-6 2-1 2-2 2-3 2-4 ... 6-6.

Elke waarde heeft een bepaalde kans om voor te komen. Zo heeft de waarde 2 een kans van 1 op 36, omdat ze elk door slechts 1 van de 36 mogelijke worpen tot stand kan komen (namelijk 1-1). De waarde 3 kan op twee manieren tot stand komen (1-2 en 2-1) en heeft dus een kans van 2 op 36. De waarde 4 kan op 3 manieren tot stand komen (1-3 2-2 en 3-1) en heeft dus een kans van 3 op 36. Op die manier kan voor elke waarde de kans worden berekend:

Waarde	Kans
1	0/36
2	1/36
3	2/36
4	3/36
5	4/36
6	5/36

Waarde	Kans
7	6/36
8	5/36
9	4/36
10	3/36
11	2/36
12	1/36

De waarde van de eerste worp is minstens het dubbele van de waarde van de tweede worp voor de volgende 25 combinaties van waarden: 4-2 5-2 6-2 ... 12-2 6-3 7-3 ... 12-3 8-4 9-4 ... 12-4 10-5 11-5 12-5 en 12-6. De kans op elke combinatie is het product van de kans op elke waarde uit de combinatie. Zo is de kans op 4-2 gelijk aan $3/1296$, de kans op 5-2 gelijk aan $4/1296$, ... de kans op 11-5 gelijk aan $8/1296$, de kans op 12-5 gelijk aan $4/1296$ en de kans op 12-6 gelijk aan $5/1296$.

De som van al deze kansen is gelijk aan $\frac{3+4+\dots+8+4+5}{1296} = \frac{159}{1296} \cong 0,12$

Toelatingswedstrijd van de Koninklijke Militaire School

Gemeenschappelijke proef wiskunde Tweede graad van het secundair onderwijs

Isometrische figuren en gelijkvormige figuren

- Ingeschreven hoek, middelpuntshoek in een cirkel
- Isometrische figuren
- Gevallen van isometrie van driehoeken
- Stelling van Thales (Zonder bewijs)
- Gelijkvormige figuren
- Gevallen van gelijkvormigheid van driehoeken

Rechthoekige driehoek

- Stelling van Pythagoras
- Mediaan ten opzichte van de schuine zijde
- Inschrijfbaar van een rechthoekige driehoek
- Irrationele getallen
- Trigonometrie
 - Definitie van de sinus, cosinus en tangens van een hoek in een rechthoekige driehoek
 - Trigonometrische waarden van 30° , 45° en 60°
 - Hoek in relatie met een helling, uitgedrukt in %

Grafische benadering van een functie

- Relatie, functie
- Grafiek van een functie
- Afhankelijke variabele, onafhankelijke variabele
- Delen van \mathbb{R}
- Kenmerkende elementen van een functie uitsluitend uit zijn grafiek:
 - Domein en beeldverzameling
 - Nulwaarden
 - Teken

Eerstegraadsfuncties

- Eerstegraadsfunctie: $x \mapsto mx + p$ $m \neq 0$
- Constante functie: $x \mapsto p$
- Grafische voorstelling van de eerstegraadsfunctie en de constante functie
- Rol van de parameters m en p
- Kenmerken van de eerstegraadsfunctie en de constante functie:
 - Nulwaarde
 - Teken
 - Groei/afname
- Eerstegraadsongelijkheid
- Snijpunt van twee eerstegraadsfuncties en/of constante functies.

Algebraïsche hulpmiddelen

- Equivalentieprincipes van ongelijkheden
- Onmogelijke en onbepaalde vergelijkingen
- Regel van het nulproduct
- Productvergelijking
- Stelsel van lineaire vergelijkingen
- Machten met gehele exponent
- Wortels (vierkantswortel-derdemachtswortel)
- Polyomen in een variabele graad, coëfficiënten, bewerkingen
- Restregel
- Opdeling
- Rationele breuken

Beschrijvende statistiek

- Populatie en steekproef
- Kwalitatieve en kwantitatieve kenmerken
- Discrete en continue kenmerken
- Dataklassen, klassecentrum
- Cumulatieve frequenties en aantallen
- Positie-indicatoren : modus, rekenkundig gemiddelde, mediaan, kwartielen
- Spreidingsindicatoren : spreidingsbreedte, variatie, standaardafwijking, interkwartielafstand.
- Statische grafieken: boxplot, histogram en cumulatieve diagrammen
- Statistische functies en grafieken van een softwareprogramma (computer, tablet of rekenmachine)

Ruimtemeetkunde

- Vlakke voorstelling van een object in de ruimte
- Vergelijking tussen cavalierperspectief en centraal perspectief
- Kenmerken van een lijn en een vlak
- Relatieve posities van twee lijnen, twee vlakken, een lijn en een vlak

Trigonometrie

- Definitie van sinus, cosinus en tangens van een hoek in de goniometrische cirkel.
- Hoofdrelaties:
 - $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
 - $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
- Formule voor de oppervlakte van een willekeurige driehoek
- Sinusregel
- Cosinusregel (stelling van Al-Kashi)

Referentiefuncties

- Grafische weergave van volgende referentiefuncties:
 - $x \mapsto x$
 - $x \mapsto \frac{1}{x}$
 - $x \mapsto x^2$
 - $x \mapsto x^3$
 - $x \mapsto |x|$
 - $x \mapsto \sqrt{x}$
 - $x \mapsto \sqrt[3]{x}$
- Stijging, daling, extremen op een interval
- Pariteit (even- of oneven functie)
- Grafische kenmerken van referentiefuncties:
 - Asymptoot
 - Buigpunt
 - Wederkerigheidsrelatie
- Transformaties van functies door:
 - Orthogonale symmetrie
 - Translatie
 - Affiniteit

Tweedegraadsfuncties

- Tweedegraadsfunctie
- Kenmerken van de tweedegraadsfunctie
 - Nulwaarde
 - Teken
 - Stijging/Daling
 - Extremum
- Kenmerken van de parabool met verticale as :
 - Top
 - Symmetrieas
 - Holheid
- Tweedegraadsvergelijking en – ongelijkheden.
- Som en product van de oplossingen van de tweedegraadsvergelijking
- Gefactoriseerde vorm van het tweedegraadstrinoom.

Analytische vlakke meetkunde

- Vectoren
- Optelling van twee vectoren
- Vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal
- Collineaire vectoren
- Orthonormaal assenstelsel
- Componenten van een vector
- Richtingsvector van een rechte
- Vectorvergelijking, parametervergelijking en cartesiaanse vergelijking van een rechte.
- Rechte met vergelijking $ax + by + c = 0$
- Richtingscoëfficiënt van een rechte
- Voorwaarde voor evenwijdigheid en loodrechte stand van twee rechten.
- Afstand tussen een lijn en een punt
- Midden van een lijnstuk
- Definitie van een parabool als meetkundige plaats
- Cartesiaanse vergelijking van een parabool met verticale as
- Cartesiaanse vergelijking van een cirkel

Derde graad van het secundair onderwijs

Statistiek met twee variabelen

- Weergave van een statistische reeks met twee variabelen
- Gemiddelde
- Lineaire aanpassing
- Lineaire correlatiecoëfficiënt
- Statistische functies en grafieken van de computersoftware

Rijen

- Aritmetische en geometrische rijen:
- Algemeen lid
 - Som van de eerste n termen
 - Type groei
 - Convergentie

Asymptoten en limieten

- Operaties op functies (inclusief samenstelling)
- Limiet van een functie
- Regels voor het berekenen van limieten
- Asymptoten

Voor de berekeningen beperken we ons tot rationale functies.

Afgeleiden

- Toenamepercentage
- Afgeleide waarde
- Tangent in een punt van de grafiek van een functie
- Afgeleide functie
- Afgeleiden van referentiefuncties
- Afgeleide formules
- Verbindingen tussen de eerste afgeleide en de groei van een functie
- Lokaal extremum
- Verbindingen tussen de tweede afgeleide en de holheid van een grafiek van een functie
- Buigpunt

Voor de berekeningen beperken we ons tot rationale functies en vierkantswortels.

Trigonometrische functies

- Getal π
- Hoeken, bogen en cirkelsectoren
- Radialen
- Georiënteerde hoeken
- Referentie trigonometrische functies:
 - $x \mapsto \sin(x)$
 - $x \mapsto \cos(x)$
 - $x \mapsto \tan(x)$
- Trigonometrische functie: $x \mapsto a \sin(bx + c)$
 - Amplitude
 - Période
 - Defasering

Kansrekenen

- Hulpmiddelen voor het begrijpen en berekenen van kansen:
 - Stamboom
 - Venn-diagram
 - Simulatie
 - Tabel
 - Combinatorische analyse:
 - Schikkingen met en zonder herhalingen
 - Combinaties zonder herhalingen
 - Permutaties met en zonder herhalingen
- Willekeurige gebeurtenis, soort proef, gebeurtenissen
- Kans van een gebeurtenis
- Eigenschappen van kansen
- Voorwaardelijke kans
- Onafhankelijke gebeurtenissen

Kanswetten

- Binomiale wet:
 - Proef en Bernoulli schema
 - Verwachte waarde en standaardafwijking
 - Kansverdeling
- Normale wet
 - Verwachte waarde en standaardafwijking
 - Grafiek van de kansverdeling
- Tabel van de normale wet en informatica hulpmiddel

Integraal

- Afbakening van een oppervlakte, een volume
- Bepaalde integraal
- Fundamentele stelling
- Primitieven

Exponentiële en logaritmische functies

- Exponentiële functies
- Logaritmische functies
- Wederkerigheidsrelatie van exponentiële en logaritmische functies
- Exponentiële functie en logaritmische functie met basis e

- Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
 - De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 0 op 20.
 - Een juist antwoord geeft u 1 punt.
 - Een blanco antwoord of fout antwoord verandert uw resultaat niet.
 - Schrijf uw antwoorden op het antwoordblad.
 - **Elk antwoord dient te worden geschreven als een geheel getal of een onvereenvoudigbare breuk of als een hoofdletter.**
-

1. Alice en Bob rijden in rechte lijn en met constante snelheid van punt A naar punt B.

Alice rijdt aan 60 km/u.

Bob rijdt aan 80 km/u.

Alice en Bob komen gelijktijdig aan in punt B, 36 minuten na het vertrek van Bob in punt A. Het is op dat moment 12u48.

Om welk tijdstip is Alice precies vertrokken?

Antwoord: ... u ...

2. Een blad papier is 0,1 mm dik. Welke dikte zou je bekomen als je het 10 maal dubbel zou vouwen? (Afronden naar de dichtstbijzijnde mm)

Antwoord: ... mm

3. Gegeven: $3 \log(4) - 5 \log(2) = a \log(2^b)$

Het logaritme hierboven gebruikt basis 10.

Gevraagd: $a \cdot b$

Antwoord: $a \cdot b = \dots$

4. Gevraagd: de kleinste positieve waarde van x (in graden) waarvoor $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = -1$

Antwoord: $x = \dots^\circ$

5. Gegeven:

- $f(x) = \frac{(x-2)^2}{(x+5)^3}$

- g is de afgeleide van f

Gevraagd: $g(-2)$

Antwoord: $g(-2) = \dots$

6. Gegeven:

- $f(x) = \frac{4x^3+5}{x}$
- $y = ax + b$ is de vergelijking van de normaal¹ aan de grafiek van f in het punt $(-1, f(-1))$

Gevraagd: Bepaal a en b .

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

7. Welk van de volgende vijf getallen is geen rationaal getal ?

- A) $24^{\frac{0}{1}}$
- B) $25^{\frac{1}{2}}$
- C) $27^{\frac{2}{3}}$
- D) $30^{\frac{3}{4}}$
- E) $32^{\frac{4}{5}}$

Antwoord: \dots

8. Hoeveel bedraagt de rest van de volgende veeltermdeling: $\frac{x^2+3x+4}{2x+1}$?

Antwoord: \dots

9. Indien $\int_0^2 x^3 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} a \cos(x) dx$, wat is dan de waarde van a ?

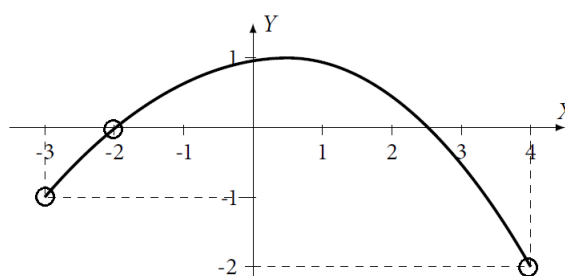
Antwoord: $a = \dots$

10. Drie werkmensen hebben een gemeenschappelijke opdracht. De eerste alleen zou er 3 uren over doen, de tweede werkt dubbel zo snel dan de eerste en de derde drie keer zo snel dan de eerste. Hoeveel tijd (uitgedrukt in uren) zouden ze nodig hebben indien ze zouden samenwerken?

Antwoord: \dots uur.

11. Als $f(x) = ax^2 + bx + c$ en de grafiek van f wordt gegeven op onderstaande figuur, hoeveel bedraagt $\int_{-1}^3 f(x) dx$?

¹De normaal is de rechte die loodrecht staat op de raaklijn.



Antwoord: ...

12. U heeft 12 muntstukken in uw bezit, waarvan 5 muntstukken uit België zijn, 3 muntstukken uit Nederland zijn en 4 muntstukken uit Frankrijk zijn. Alle muntstukken van een zelfde land worden als identiek beschouwd. Indien u alle muntstukken tegelijkertijd opgooit en er maar drie opvangt, wat is dan de kans dat u drie muntstukken heeft die niet allemaal identiek zijn?
(Elk individueel muntstuk heeft dezelfde waarschijnlijkheid om opgevangen te worden.)

Antwoord: ...

13. Een voetbaltoernooi wordt gespeeld tussen 12 ploegen. Er zijn 3 poules² van 4 ploegen. In een poule speelt elke ploeg éénmaal tegen elke andere ploeg van dezelfde poule. De winnaars van elke poule creëren een nieuwe poule en spelen vervolgens éénmaal tegen elke andere ploeg van die nieuwe poule, wat tot de winnaar leidt. Hoeveel matches heeft de winnende ploeg gespeeld?

Antwoord: ...

14. Bepaal de positieve waarde van A zodanig dat $3\sin x + 4\cos x = A\cos(x + \phi)$, waarbij ϕ de waarde van een hoek is die u niet hoeft te bepalen.

Antwoord: $A = \dots$

15. Bereken de oppervlakte ingesloten tussen de kromme $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ en de x -as. (Alle oppervlaktes worden hier als positief geteld.)

Antwoord: ...

16. Splits het getal 12 in twee positieve delen x en y (i.e. $x + y = 12$) zodat $(x^2 + y^2)$ minimaal is. Bereken $x \cdot y$.

Antwoord: $x \cdot y = \dots$

²Een poule is een competitievorm waarbij meer dan twee teams of spelers tegen elkaar strijden. Een groep van teams heet dan een poule.

17. Wat is de kleinste positieve waarde van x waarvoor geldt dat

$$4 \cos x - \frac{5}{\cos x} = 4 \tan x ?$$

Converteer uw antwoord naar graden.

Antwoord: $x = \dots^\circ$

18. Indien $f''(x) = 30x^4 + 12x$ en $f'(1) = 14$, hoeveel bedraagt dan $f(1) - f(-1)$?

(Hierbij is f' de eerste afgeleide van f en f'' de tweede afgeleide van f , i.e. de afgeleide van f' .)

Antwoord: $f(1) - f(-1) = \dots$

19. Gegeven: $f(x) = x^3 + 6x^2 - 2x - 12$

Zij s de som van de wortels en p het product van de wortels. Hoeveel bedraagt $\frac{s}{p}$?

Antwoord: \dots

20. Gegeven: $f(x) = -2x^3 + kx^2 - 36x + 15$

Bepaal k zodat f een extremum bereikt voor $x = 3$ en geef de aard van het extremum.

Antwoorden:

$k = \dots$

Extremum = maximum/minimum (schrappen wat niet past)

Gemeenschappelijke proef 2020
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks C - Deel 1
10 Vragen

- De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
 - Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
 - De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 10 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.
 - Antwoorden op het antwoordblad.
-

MC1c Aantal vogels in de parken van uw provincie in 2019 per soort:

	2019
Mussen	4760
Bosduiven	3840
Roodborstjes	7720
Vinken	6680

In 2019 werd voorspeld dat in 2020 het totaal aantal vogels in deze parken zou stijgen met 44% ten opzichte van 2019. Voor zowel de vinken als de roodborstjes verwacht men voor 2020 een stijging van 30%. In 2020 zullen er half zoveel bosduiven zijn als mussen. Hoeveel mussen en bosduiven zullen er in 2020, volgens deze schatting, in de parken zijn ?

Antwoord:

- A) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 4800 mussen, en 9600 bosduiven zijn.
- B) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 8240 mussen, en 4120 bosduiven zijn.
- C) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 9600 mussen, en 4800 bosduiven zijn.
- D) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 7440 mussen, en 3720 bosduiven zijn.
- E) Geen van bovenstaande antwoorden is correct.

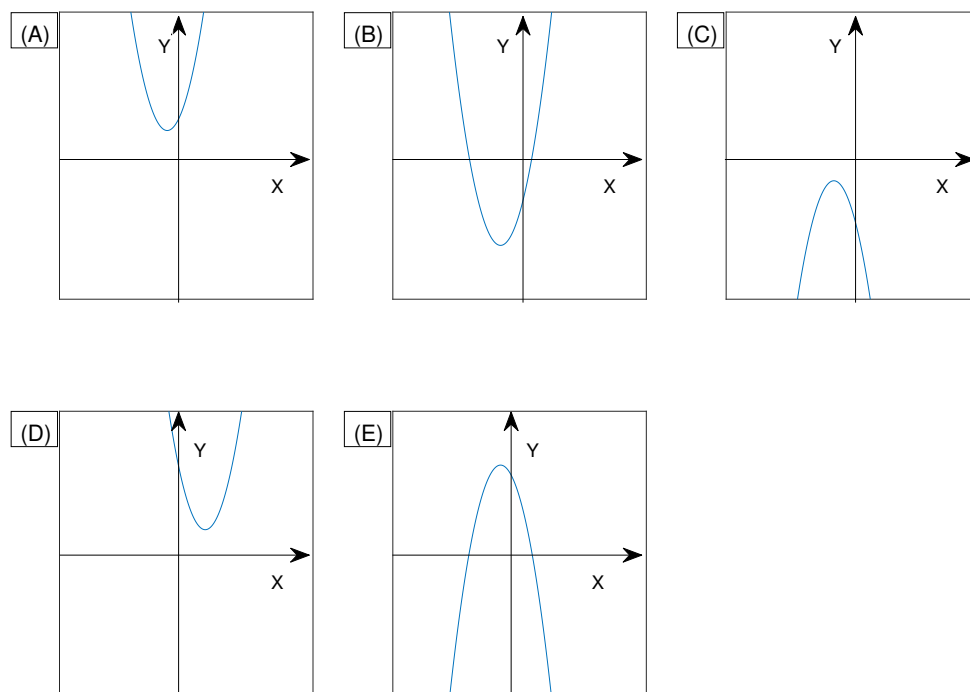
MC2c Hoeveel van volgende getallen in onderstaande lijst zijn geen rationale getallen?

- $(-36)^{\frac{-1}{2}}$
- $27^{\frac{2}{3}}$
- $25^{\frac{-3}{2}}$
- $12^{\frac{0}{1}}$
- $16^{\frac{4}{3}}$
- $16^{\frac{5}{4}}$
- $30^{\frac{3}{4}}$

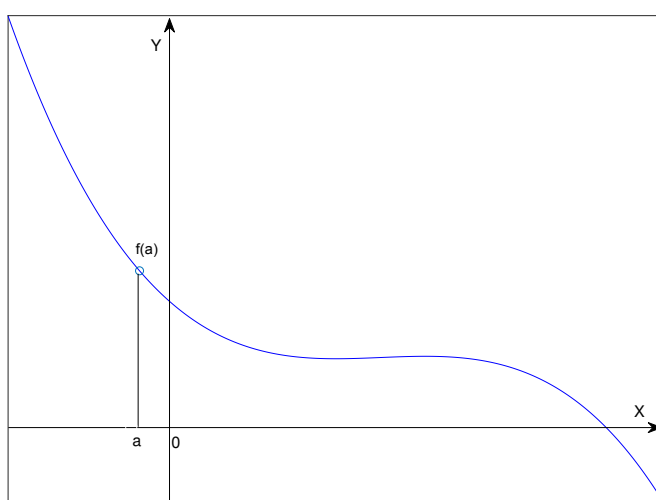
Antwoord:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Geen van bovenstaande antwoorden is correct.

MC3c Welk van de volgende parabolen is de grafiek van een functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ waarvoor geldt dat $a > 0, b > 0, c < 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) ?



MC4c Beschouw de grafiek van de functie $y = f(x)$ in de figuur hieronder.



Welk van de volgende uitspraken is correct? (f' is de eerste afgeleide van f en f'' is de tweede afgeleide van f .)

- A) $f(a) < 0, f'(a) > 0, f''(a) > 0$
- B) $f(a) < 0, f'(a) > 0, f''(a) < 0$
- C) $f(a) > 0, f'(a) < 0, f''(a) > 0$
- D) $f(a) > 0, f'(a) < 0, f''(a) < 0$
- E) $f(a) > 0, f'(a) > 0, f''(a) > 0$

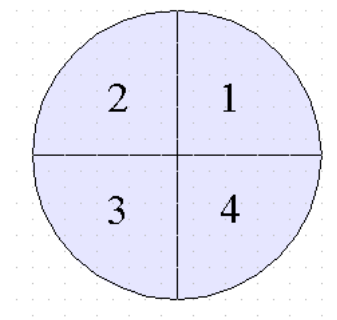
MC5c Zij $f(x) = 2x^2 - 6x + \frac{5}{2}$. Welk van de volgende uitspraken is correct ?

- A) f heeft een maximum in $x = \frac{3}{2}$ en een nulpunt in het interval $[0, 1]$.
- B) f heeft een nulpunt in het interval $[4, 6]$ en een nulpunt in het interval $[0, 1]$.
- C) f heeft een minimum in $x = -\frac{3}{2}$ en een nulpunt in het interval $[2, 3]$.
- D) f heeft geen negatieve nulpunten en geen minimum.
- E) Alle bovenstaande uitspraken zijn fout.

MC6c Indien $\frac{1}{4} < (|\cos(x)|)^2 < \frac{3}{4}$, tot welke kwadranten kan $2x$ dan behoren ?

Antwoord:

- A) Tot kwadrant 1 of 2, maar niet tot de andere kwadranten.
- B) Tot kwadrant 1 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- C) Tot kwadrant 2 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- D) Tot kwadrant 3 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- E) Alle bovenstaande uitspraken zijn fout.



MC7c Welk van volgende cirkels in het vlak heeft een snijpunt met de x -as, maar niet met de y -as

A) $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$

B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

C) $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$

D) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$

E) Geen van bovenstaande cirkels voldoet aan de voorwaarden.

MC8c Hoeveel van volgende uitspraken zijn correct?

- $\log(2^3) = (\log(2))^3$
- $\log(6) = \log(2) \log(3)$
- $\log(10^3) \log(2) = \log(2^3)$
- $\log(5) = \log(2) \log(3)$

Antwoord:

A) Geen

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

MC9c Hoeveel gehele getallen zijn oplossingen van $-x^2 \geq |4x| - 5$?

Antwoord:

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) Meer dan 3.

MC10c Als $\frac{3}{2} < -x - \frac{3}{2} < \frac{5}{2}$ en $(y - 1)^2 \leq 1$, hoeveel van volgende uitspraken zijn dan correct voor alle x en voor alle y ?

- $xy \geq 0$
- $x^2 y \in [18, 32]$
- $x^2 y \notin [18, 32]$
- $|x| \geq y$
- $|x^3| > 27$

Antwoord:

- A) 1 of minder
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

Gemeenschappelijke proef 2020
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks C - Deel 1
10 Vragen

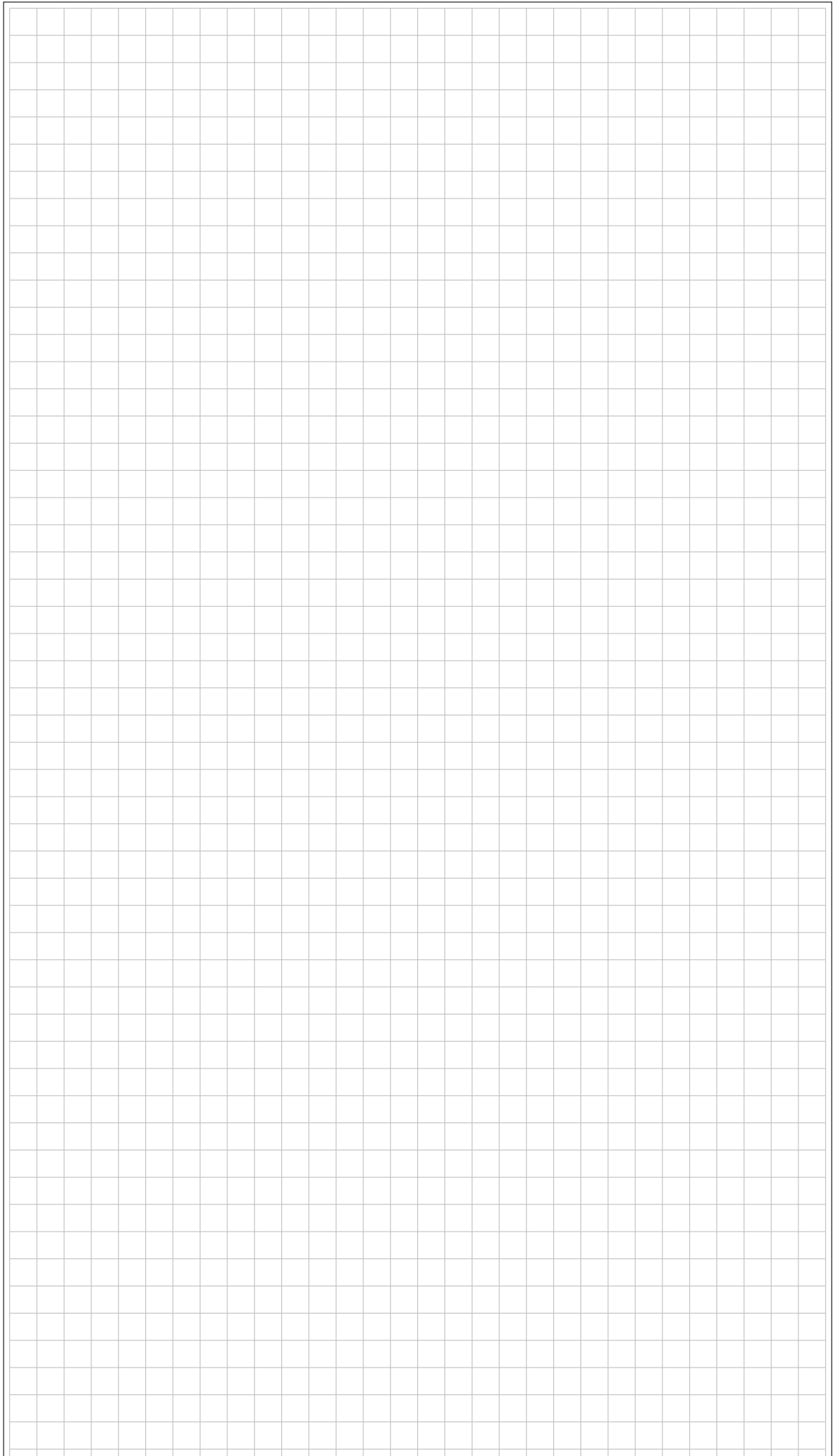
MC1c Aantal vogels in de parken van uw provincie in 2019 per soort:

	2019
Mussen	4760
Bosduiven	3840
Roodborstjes	7720
Vinken	6680

In 2019 werd voorspeld dat in 2020 het totaal aantal vogels in deze parken zou stijgen met 44% ten opzichte van 2019. Voor zowel de vinken als de roodborstjes verwacht men voor 2020 een stijging van 30%. In 2020 zullen er half zoveel bosduiven zijn als mussen. Hoeveel mussen en bosduiven zullen er in 2020, volgens deze schatting, in de parken zijn ?

Antwoord:

- A) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 4800 mussen, en 9600 bosduiven zijn.
- B) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 8240 mussen, en 4120 bosduiven zijn.
- C) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 9600 mussen, en 4800 bosduiven zijn.
- D) In 2020 zullen er, volgens deze schatting, 7440 mussen, en 3720 bosduiven zijn.
- E) Geen van bovenstaande antwoorden is correct.

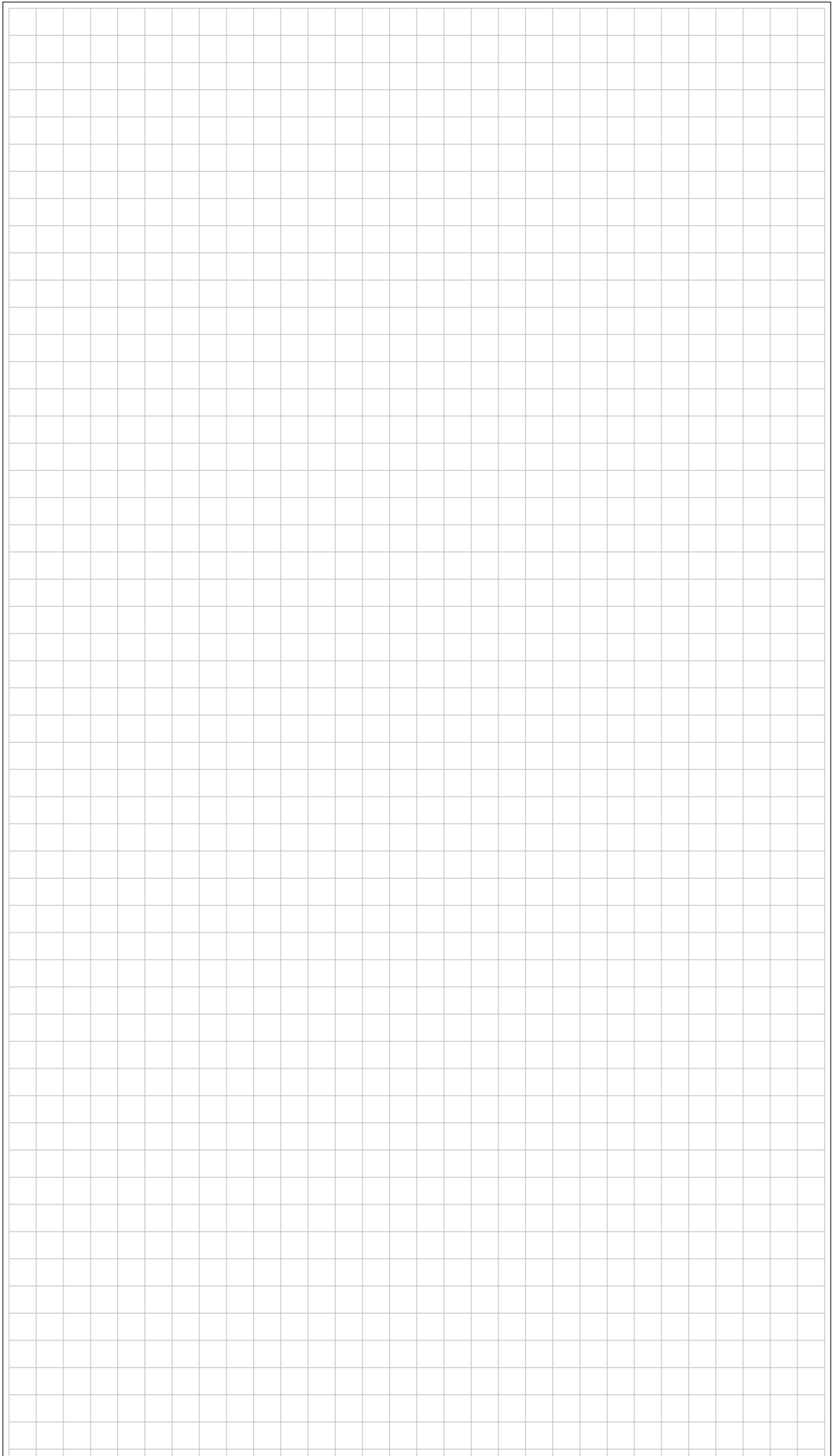


MC2c Hoeveel van volgende getallen in onderstaande lijst zijn geen rationale getallen?

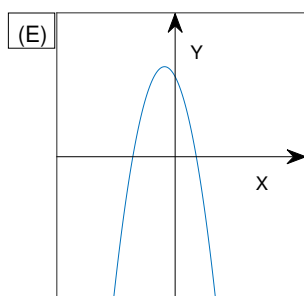
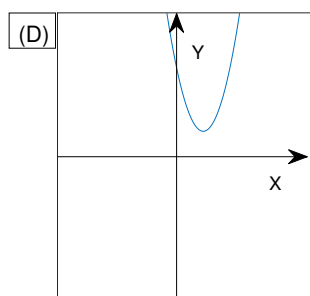
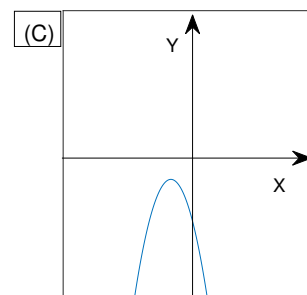
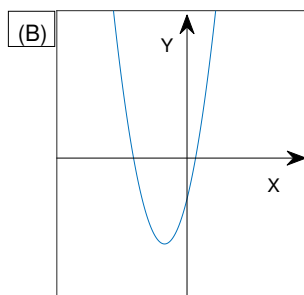
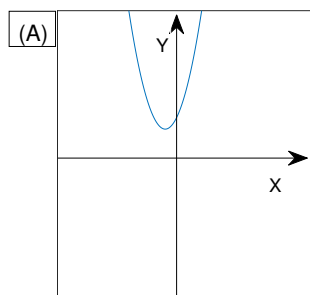
- $(-36)^{\frac{-1}{2}}$
- $27^{\frac{2}{3}}$
- $25^{\frac{-3}{2}}$
- $12^{\frac{0}{1}}$
- $16^{\frac{4}{3}}$
- $16^{\frac{5}{4}}$
- $30^{\frac{3}{4}}$

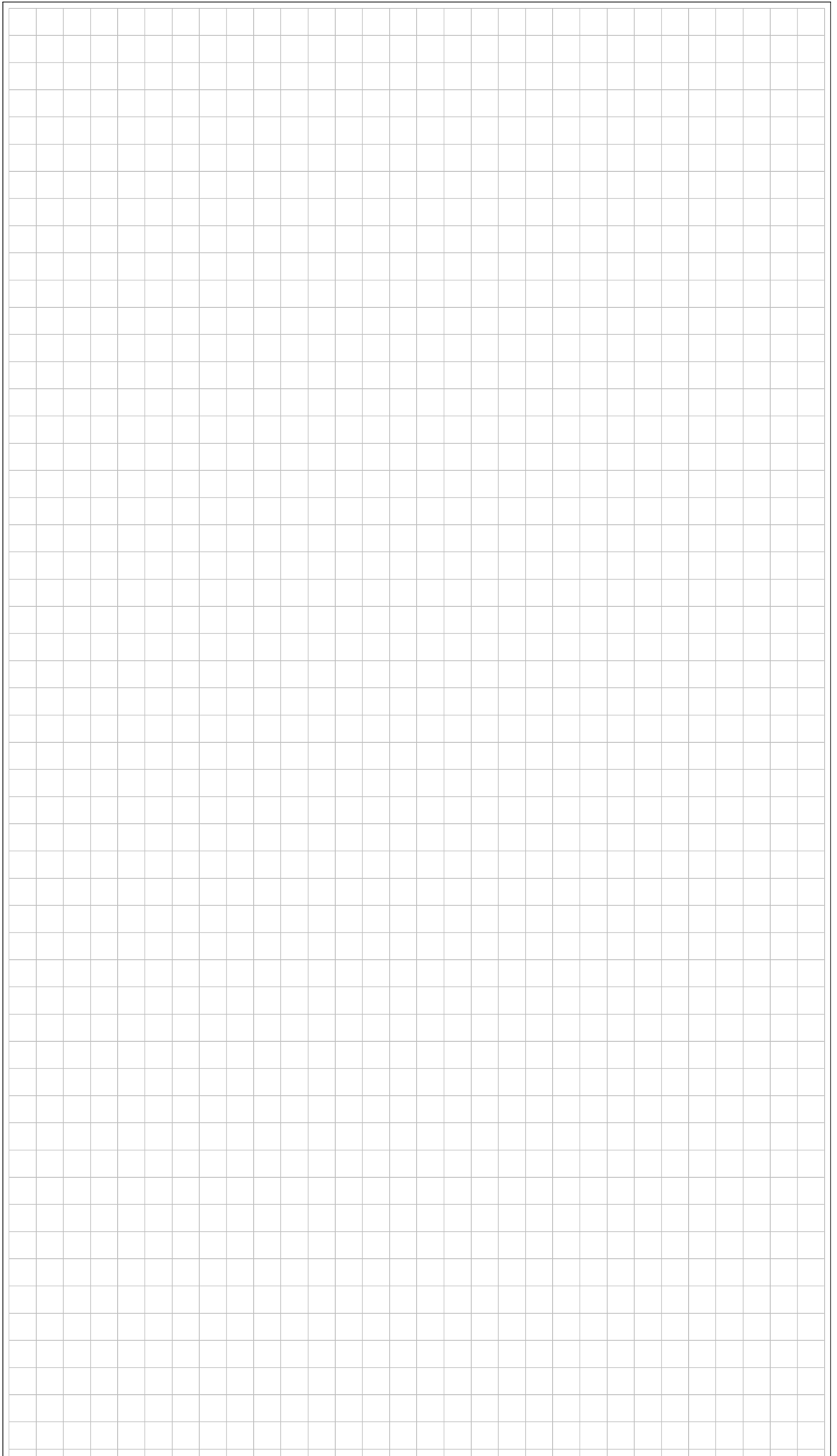
Antwoord:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Geen van bovenstaande antwoorden is correct.

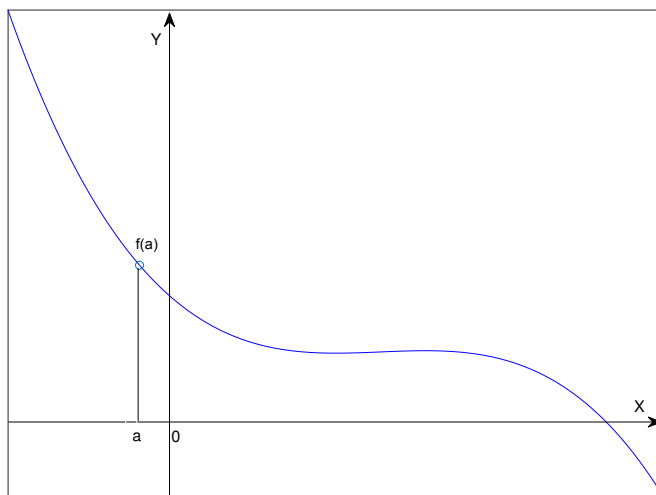


MC3c Welk van de volgende parabolen is de grafiek van een functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ waarvoor geldt dat $a > 0, b > 0, c < 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) ?



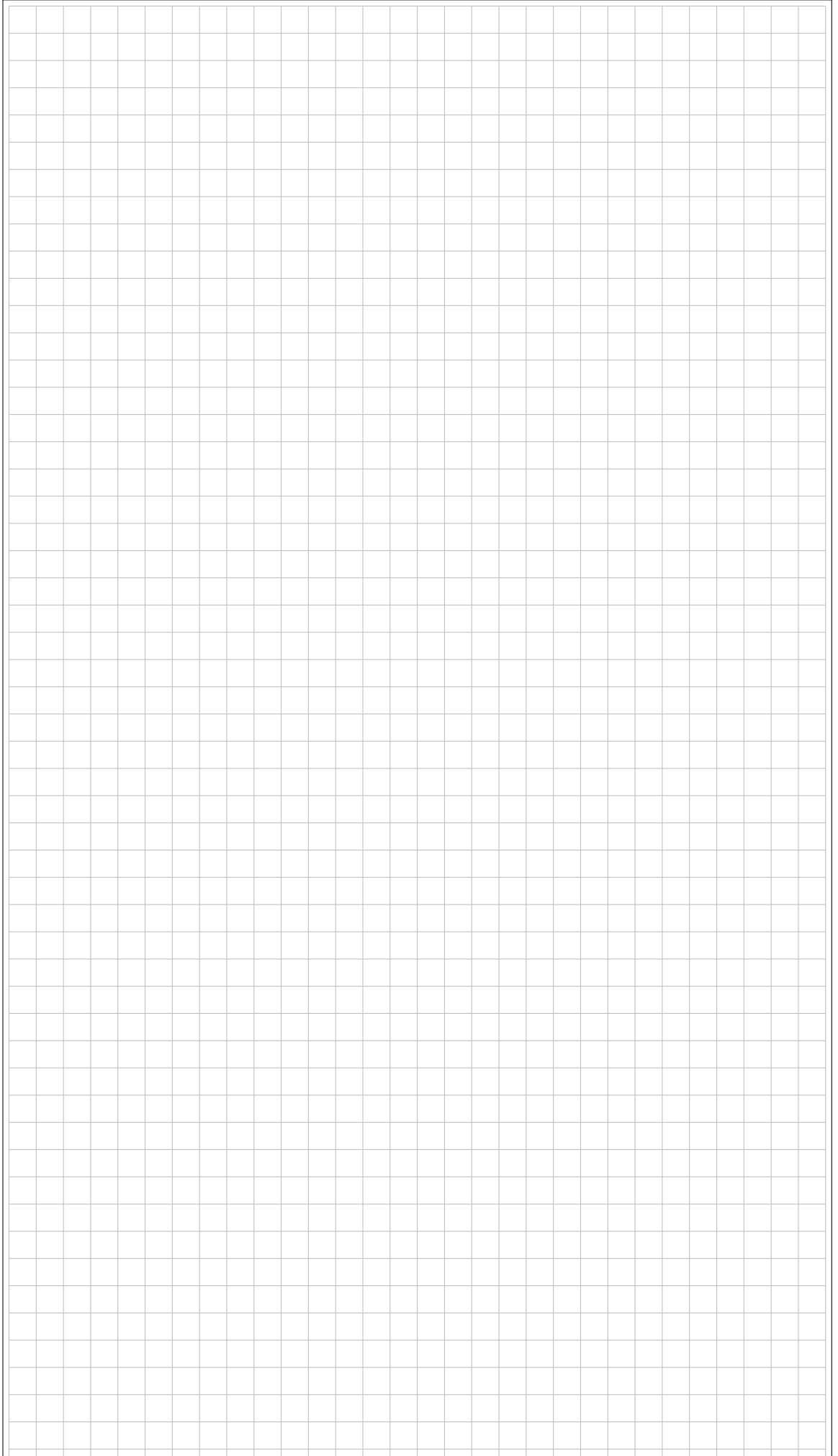


MC4c Beschouw de grafiek van de functie $y = f(x)$ in de figuur hieronder.



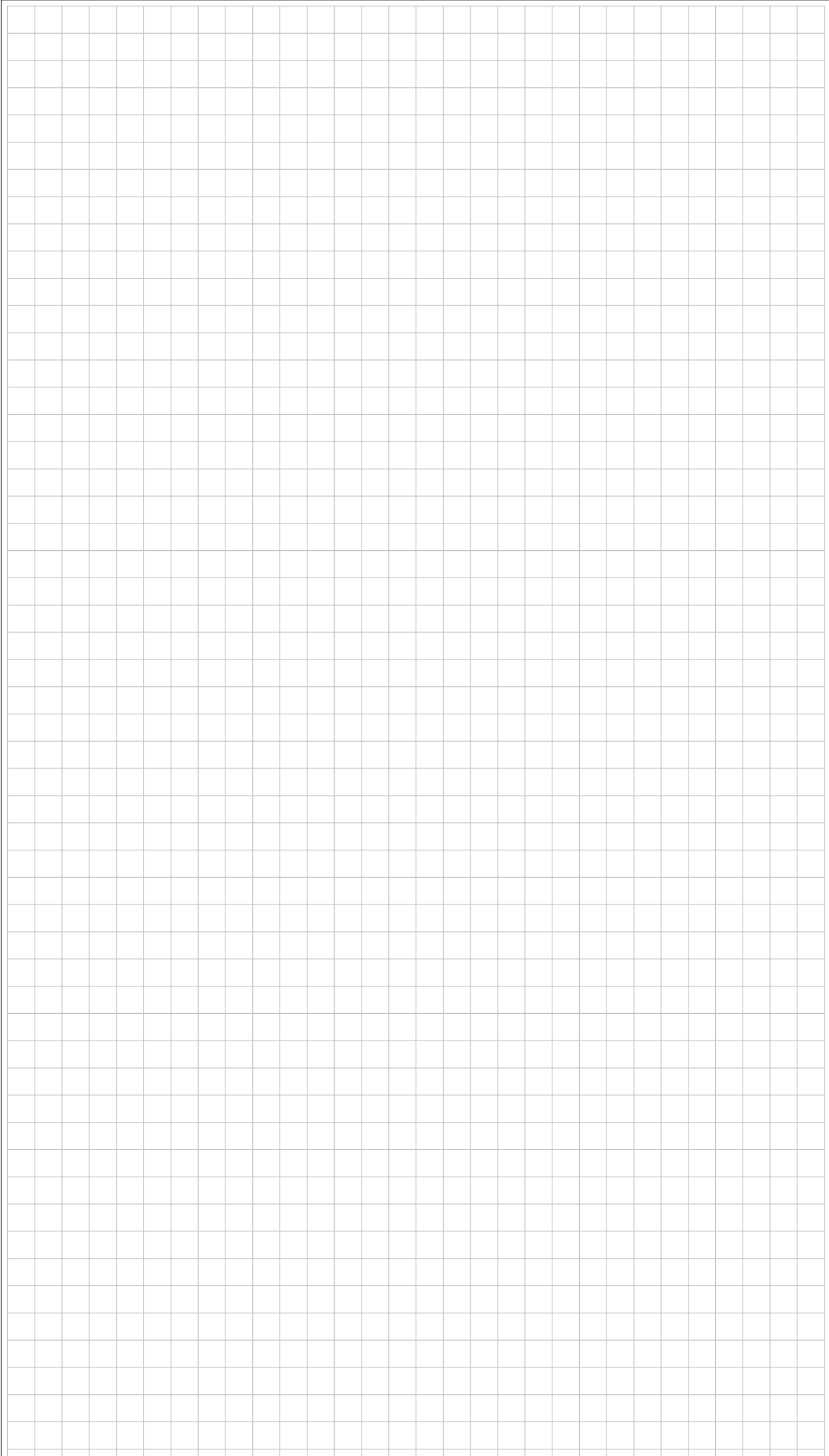
Welk van de volgende uitspraken is correct? (f' is de eerste afgeleide van f en f'' is de tweede afgeleide van f .)

- A) $f(a) < 0, f'(a) > 0, f''(a) > 0$
- B) $f(a) < 0, f'(a) > 0, f''(a) < 0$
- C) $f(a) > 0, f'(a) < 0, f''(a) > 0$
- D) $f(a) > 0, f'(a) < 0, f''(a) < 0$
- E) $f(a) > 0, f'(a) > 0, f''(a) > 0$



MC5c Zij $f(x) = 2x^2 - 6x + \frac{5}{2}$. Welk van de volgende uitspraken is correct ?

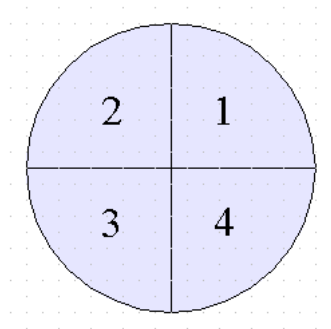
- A) f heeft een maximum in $x = \frac{3}{2}$ en een nulpunt in het interval $[0, 1]$.
- B) f heeft een nulpunt in het interval $[4, 6]$ en een nulpunt in het interval $[0, 1]$.
- C) f heeft een minimum in $x = -\frac{3}{2}$ en een nulpunt in het interval $[2, 3]$.
- D) f heeft geen negatieve nulpunten en geen minimum.
- E) Alle bovenstaande uitspraken zijn fout.

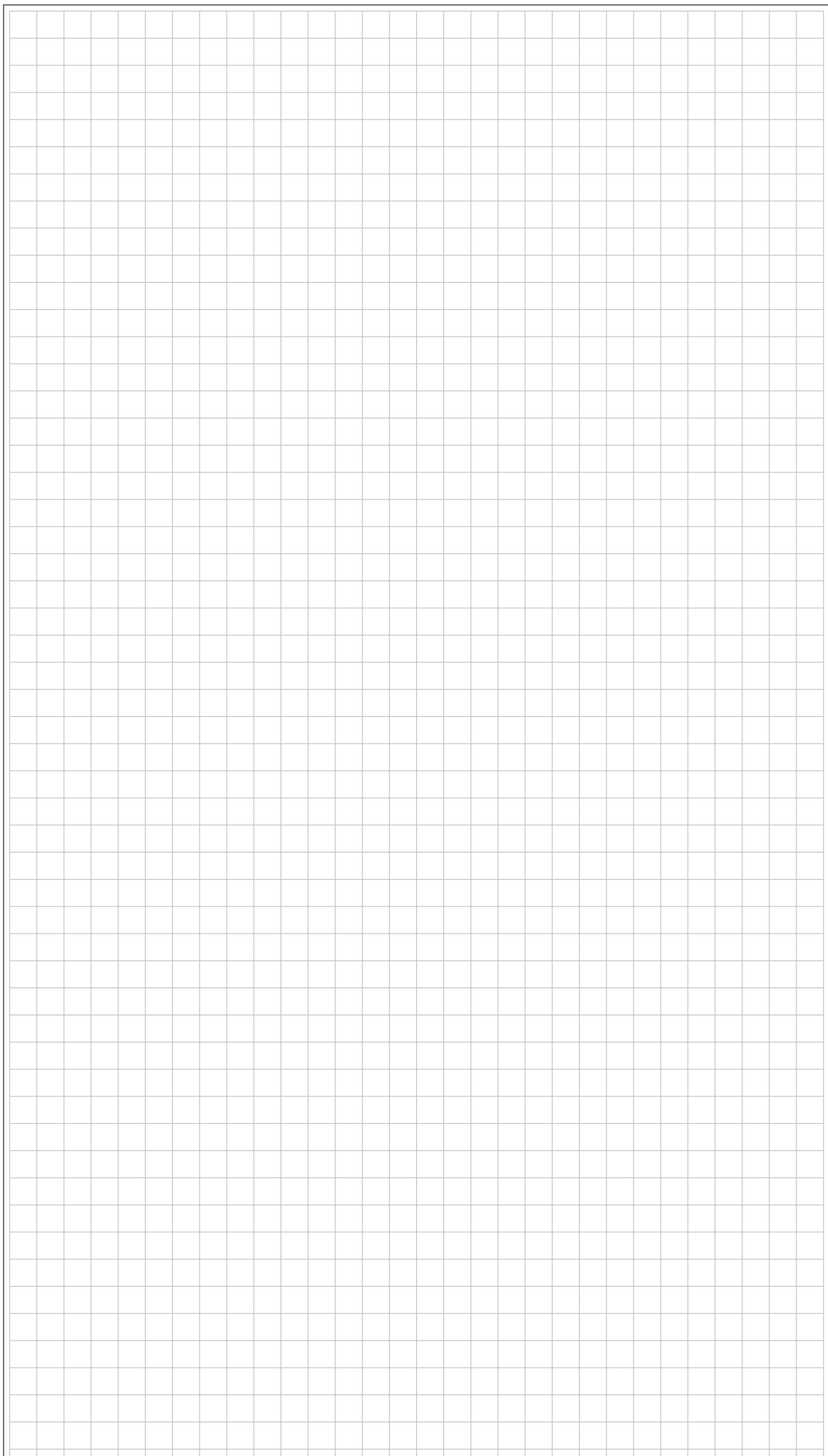


MC6c Indien $\frac{1}{4} < (|\cos(x)|)^2 < \frac{3}{4}$, tot welke kwadranten kan $2x$ dan behoren ?

Antwoord:

- A) Tot kwadrant 1 of 2, maar niet tot de andere kwadranten.
- B) Tot kwadrant 1 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- C) Tot kwadrant 2 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- D) Tot kwadrant 3 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- E) Alle bovenstaande uitspraken zijn fout.





MC7c Welk van volgende cirkels in het vlak heeft een snijpunt met de x -as, maar niet met de y -as

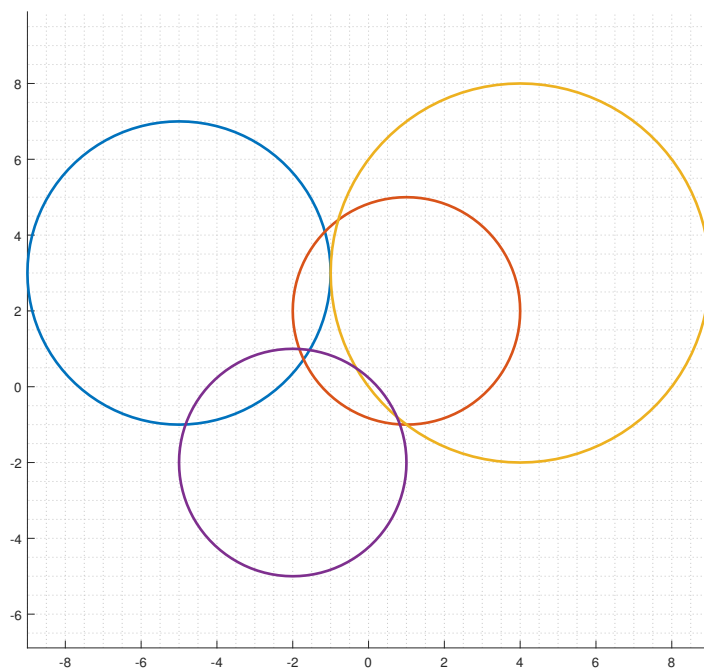
A) $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 16$

B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

C) $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$

D) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$

E) Geen van bovenstaande cirkels voldoet aan de voorwaarden.

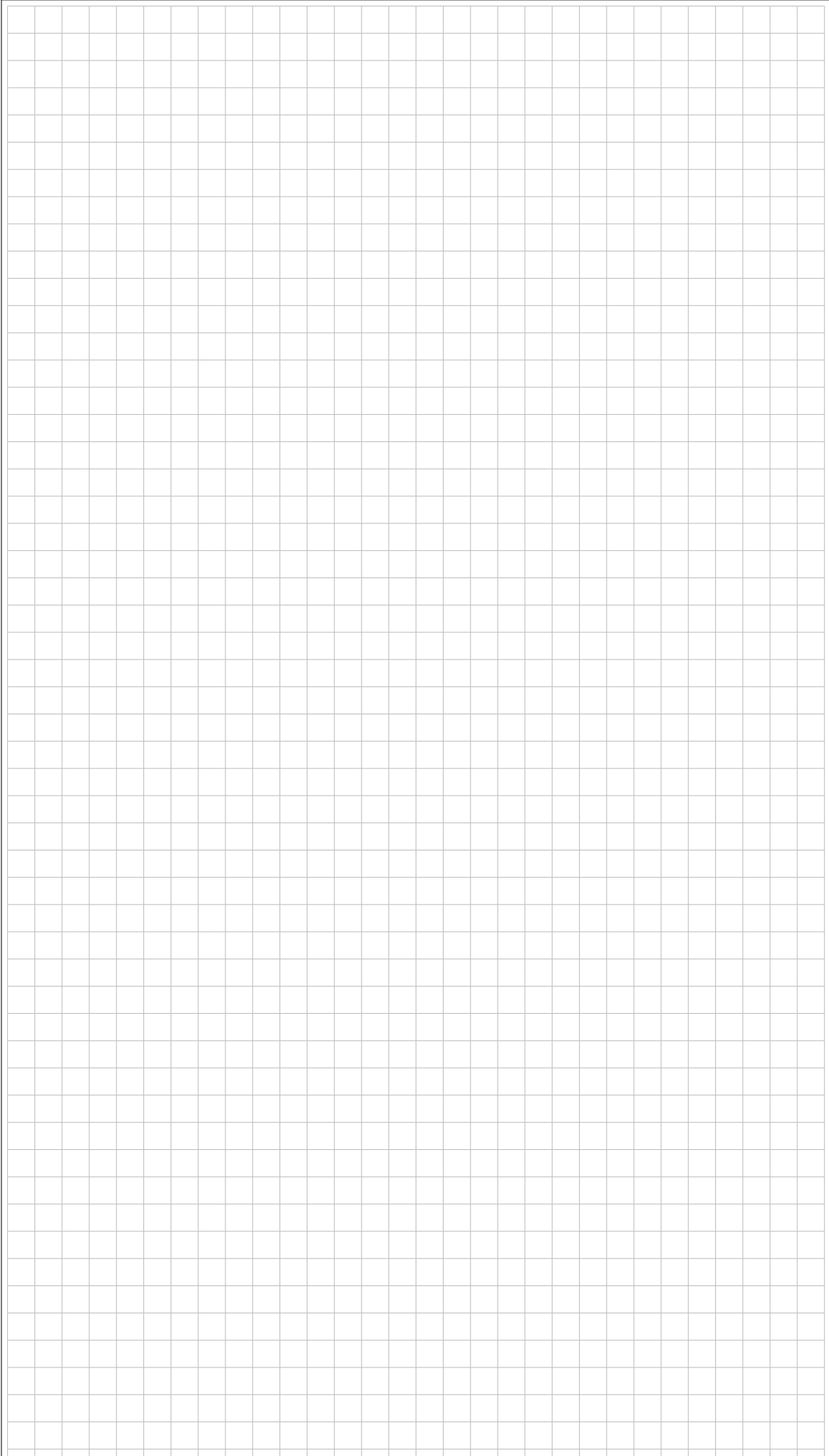


MC8c Hoeveel van volgende uitspraken zijn correct?

- $\log(2^3) = (\log(2))^3$
- $\log(6) = \log(2) \log(3)$
- $\log(10^3) \log(2) = \log(2^3)$
- $\log(5) = \log(2) \log(3)$

Antwoord:

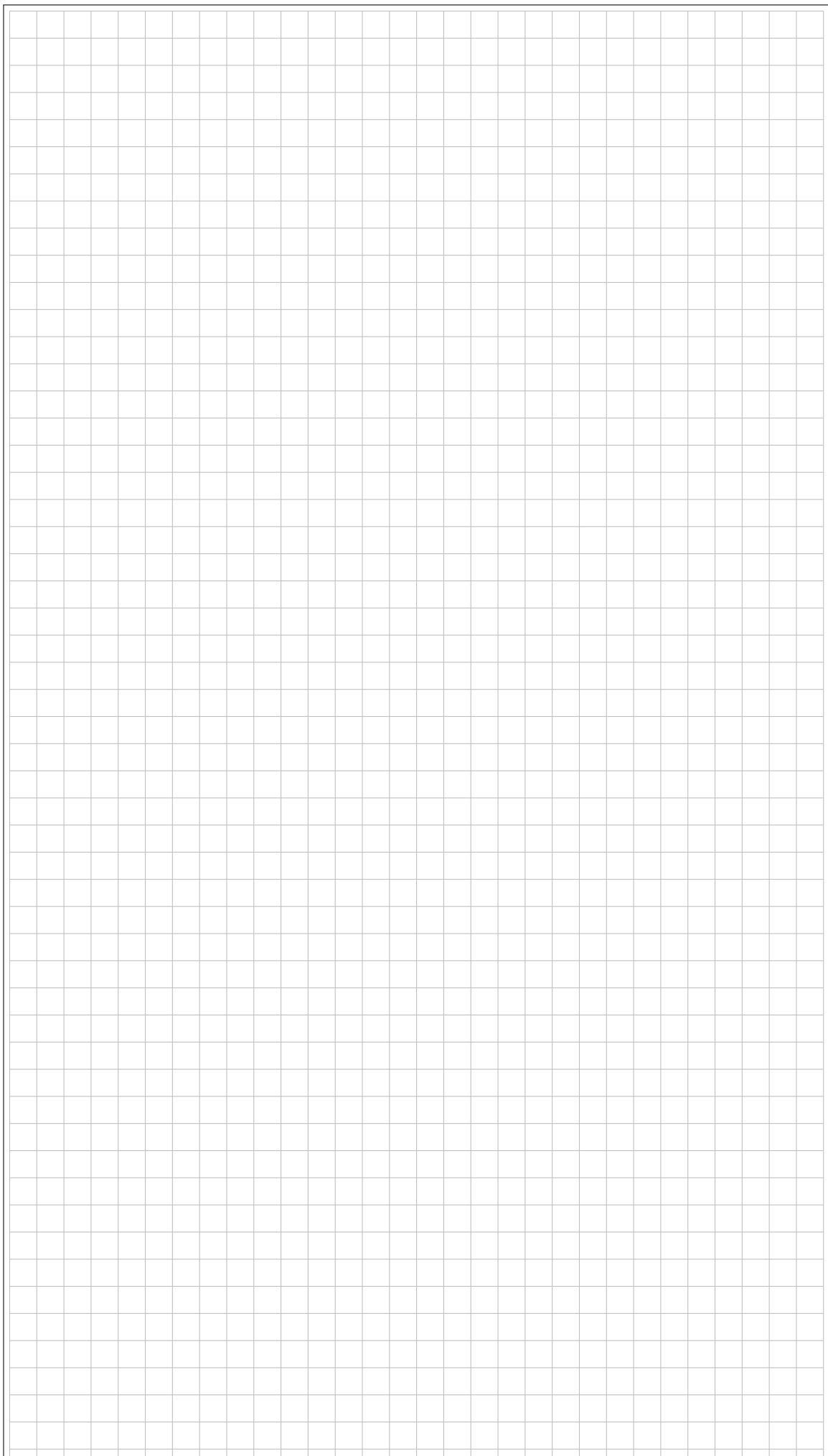
- A) Geen
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4



MC9c Hoeveel gehele getallen zijn oplossingen van $-x^2 \geq |4x| - 5$?

Antwoord:

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Meer dan 3.

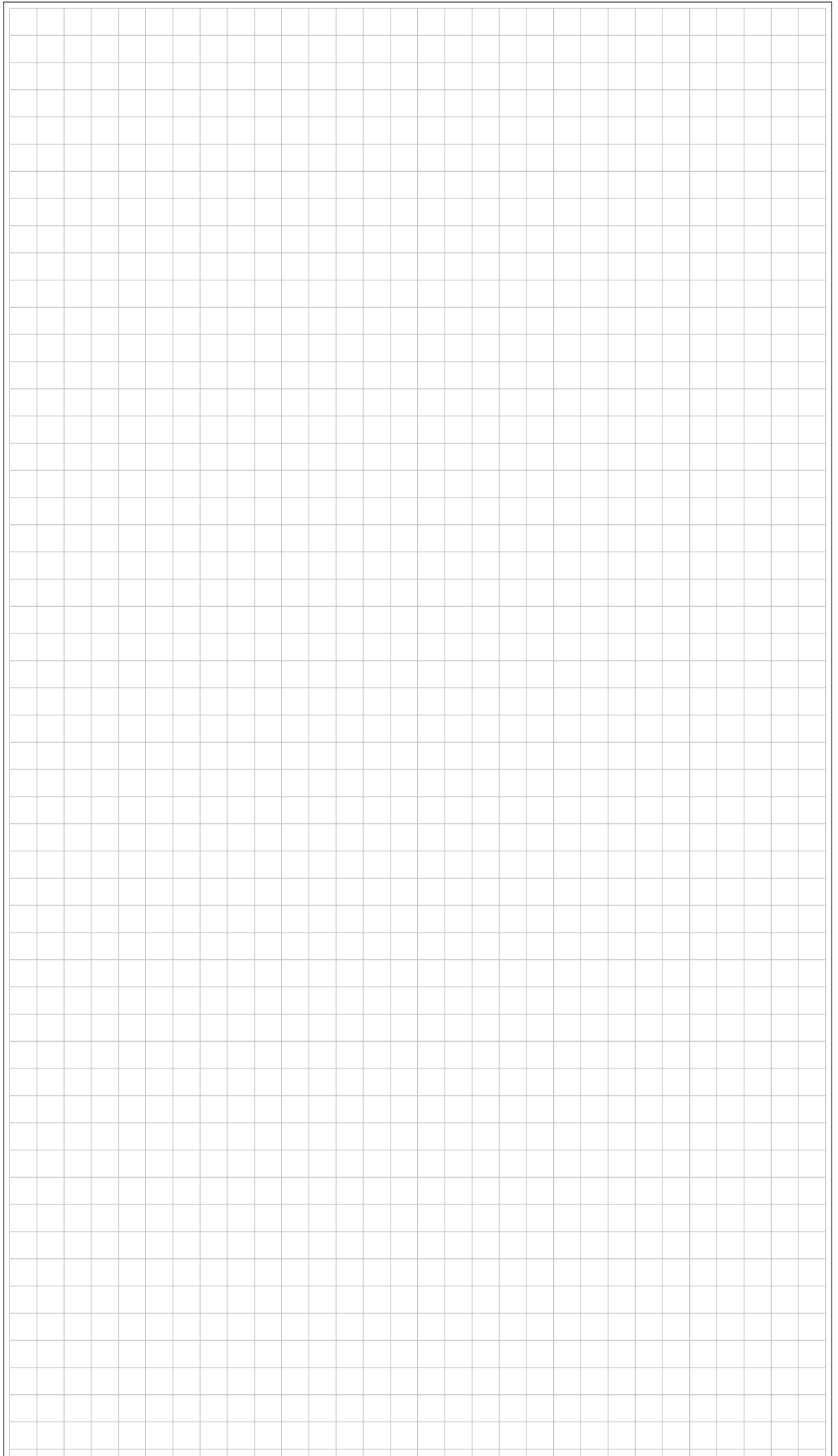


MC10c Als $\frac{3}{2} < -x - \frac{3}{2} < \frac{5}{2}$ en $(y - 1)^2 \leq 1$, hoeveel van volgende uitspraken zijn dan correct voor alle x en voor alle y ?

- $xy \geq 0$
- $x^2 y \in [18, 32]$
- $x^2 y \notin [18, 32]$
- $|x| \geq y$
- $|x^3| > 27$

Antwoord:

- A) 1 of minder
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



Gemeenschappelijke proef 2020
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks C - Deel 2
10 Vragen

- De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
- Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
- De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 0 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 5 punten.
 - Een blanco antwoord of fout antwoord verandert uw resultaat niet.
- Antwoorden op het antwoordblad.

O1c U heeft 40 dozen. Twee dozen bevatten een bal, een pet en een touw. Zes dozen bevatten een bal en een pet, maar geen touw. Tien dozen bevatten een touw; hiervan bevatten er vijf ook een pet. Twaalf dozen bevatten een bal; hiervan bevatten er zeven geen touw.

Twee dozen zijn leeg.

Er kunnen geen andere voorwerpen in de dozen liggen dan een bal, een pet of een touw.

Wat is het aantal dozen die een pet bevatten, maar geen bal en geen touw?

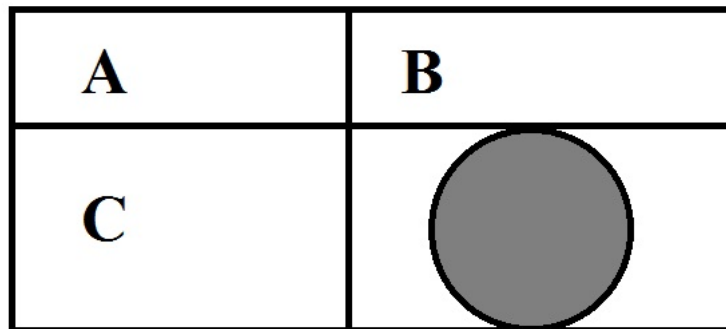
Antwoord: ... dozen

O2c U heeft 12 muntstukken in uw bezit, waarvan 3 muntstukken uit België zijn, 3 muntstukken uit Nederland zijn en 6 muntstukken uit Frankrijk zijn. Indien u alle muntstukken tegelijkertijd opgooit en er maar vier opvangt, wat is dan de kans dat u exact drie muntstukken uit België heeft? (Elk individueel muntstuk heeft dezelfde waarschijnlijkheid om opgevangen te worden.)

Rond uw antwoord af tot het dichtsbijzijnde geheel percent, dus zonder cijfers na de komma.

Antwoord = ...%

- O3c We verdelen een rechthoek in vier kleinere rechthoeken, zoals aangegeven op de figuur hieronder. Als rechthoek A een oppervlakte heeft van 12 m^2 en een omtrek van 16 m, rechthoek B een oppervlakte heeft van 54 m^2 en rechthoek C een oppervlakte heeft van 4 m^2 en een omtrek van 8 m, wat is dan de omtrek van de grootste cirkel (grijs op de figuur) die volledig in de rechthoek rechtsonder ligt? Geef uw antwoord, uitgedrukt in meter, afgerond naar het dichtstbijzijnde geheel getal.
(De figuur is niet op schaal.)



Antwoord = ... m

- O4c We wijzigen een vierkant door twee evenwijdige zijden ervan 30% langer te maken en twee andere 30% korter, en wel op deze manier dat de bekomen figuur een rechthoek vormt. Met hoeveel % is de oppervlakte van deze rechthoek dan groter of kleiner dan die van het oorspronkelijk vierkant? Antwoord in procenten, afgerond tot één cijfer na de komma.

Antwoord = ...% kleiner/groter (schrappen wat niet past).

- O5c Zij $f(x) = -x^2 - 6x + 8$, $g(x) = -2x - 1$. Hoeveel bedraagt $f(g(3))$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $f(g(3)) = \dots$

- O6c Zij $f(x) = -\frac{2}{3} \left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)^4$
en g de afgeleide van f .

Hoeveel bedraagt $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord : $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$

O7c Bepaal a en b zodat de grafiek van de functie van $f(x) = ax^2 + bx + 3$ een horizontale raaklijn bezit in $x = -2$ en een nulpunt in $x = -1$.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

O8c Zij $y = ax + b$ de vergelijking van de rechte die gaat door het punt $(2, -3)$ en die loodrecht staat op de rechte $-x + 3y - 4 = 0$. Bepaal a en b .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

O9c $k = \int_{-\pi/8}^{\pi} (4 \cos(4x)) \, dx - \int_1^2 (6x^{-4}) \, dx$.

Bepaal k .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $k = \dots$

O10c Bereken de oppervlakte ingesloten tussen de grafieken van de functies

$f(x) = |-24x + 6|$ en $g(x) = 12x + 12$.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: Oppervlakte = \dots

Gemeenschappelijke proef 2020

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks C - Deel 2

10 Vragen

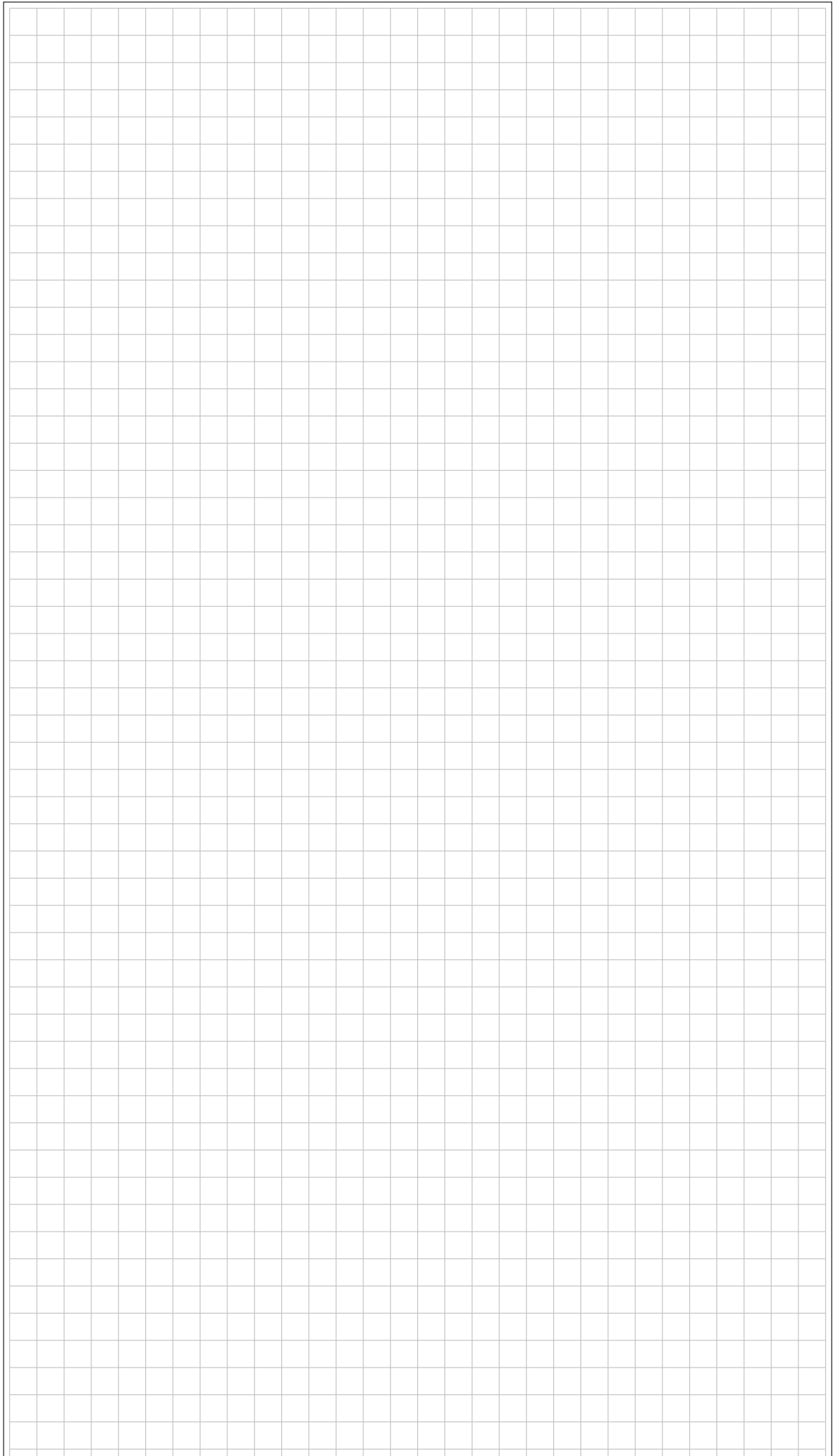
O1c U heeft 40 dozen. Twee dozen bevatten een bal, een pet en een touw. Zes dozen bevatten een bal en een pet, maar geen touw. Tien dozen bevatten een touw; hiervan bevatten er vijf ook een pet. Twaalf dozen bevatten een bal; hiervan bevatten er zeven geen touw.

Twee dozen zijn leeg.

Er kunnen geen andere voorwerpen in de dozen liggen dan een bal, een pet of een touw.

Wat is het aantal dozen die een pet bevatten, maar geen bal en geen touw?

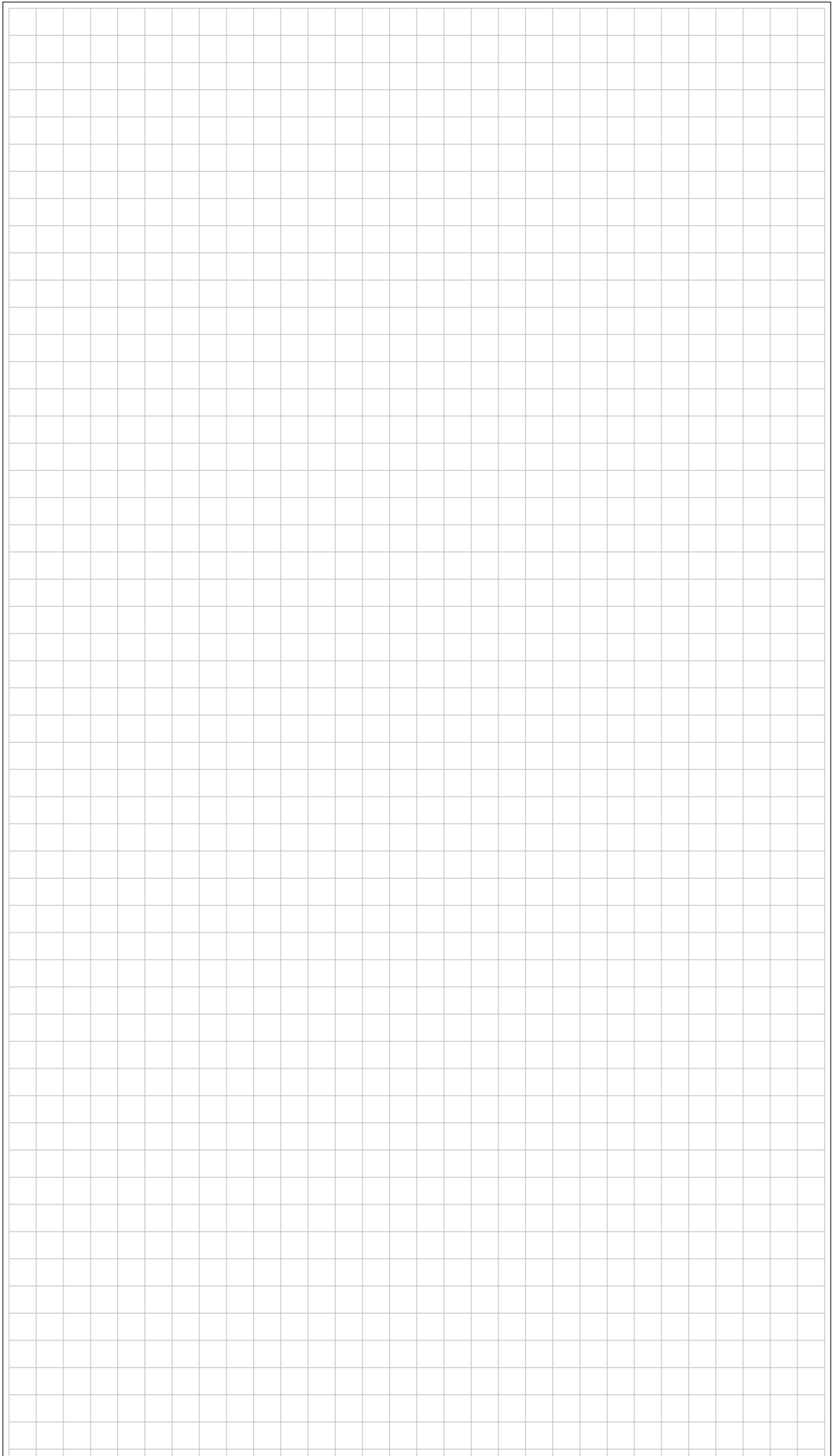
Antwoord: ...dozen



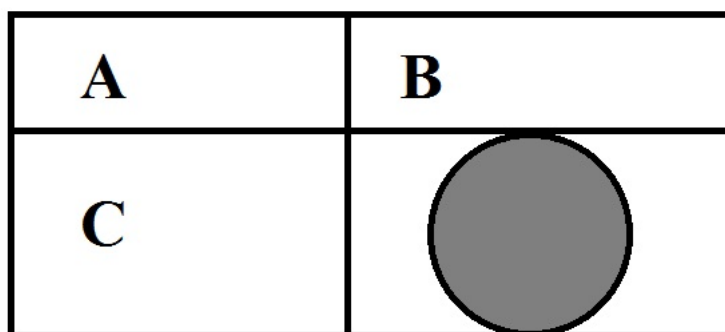
O2c U heeft 12 muntstukken in uw bezit, waarvan 3 muntstukken uit België zijn, 3 muntstukken uit Nederland zijn en 6 muntstukken uit Frankrijk zijn. Indien u alle muntstukken tegelijkertijd opgooit en er maar vier opvangt, wat is dan de kans dat u exact drie muntstukken uit België heeft? (Elk individueel muntstuk heeft dezelfde waarschijnlijkheid om opgevangen te worden.)

Rond uw antwoord af tot het dichtsbijzijnde geheel percent, dus zonder cijfers na de komma.

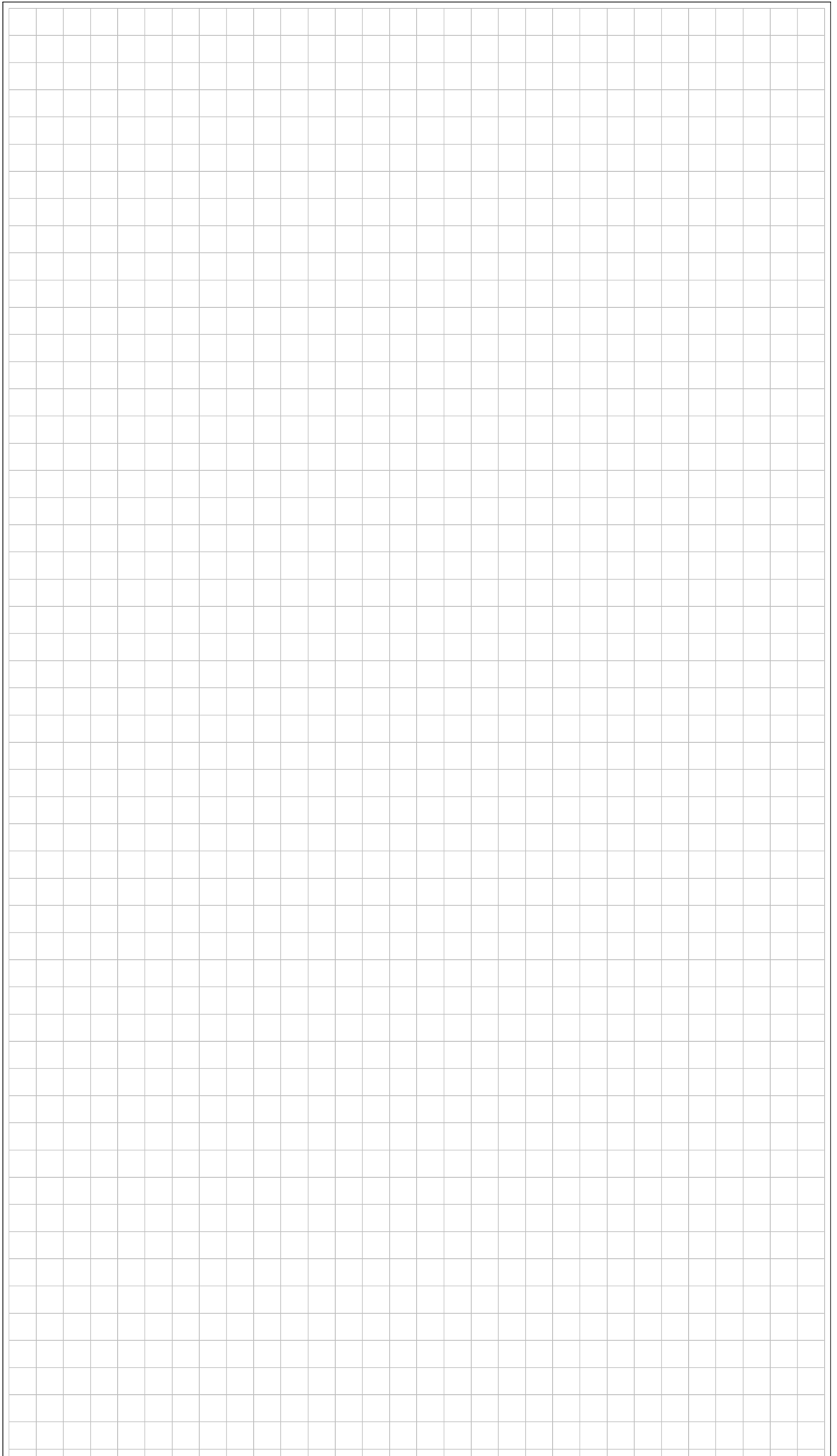
Antwoord = ...%



- O3c We verdelen een rechthoek in vier kleinere rechthoeken, zoals aangegeven op de figuur hieronder. Als rechthoek A een oppervlakte heeft van 12 m^2 en een omtrek van 16 m, rechthoek B een oppervlakte heeft van 54 m^2 en rechthoek C een oppervlakte heeft van 4 m^2 en een omtrek van 8 m, wat is dan de omtrek van de grootste cirkel (grijs op de figuur) die volledig in de rechthoek rechtsonder ligt? Geef uw antwoord, uitgedrukt in meter, afgerond naar het dichtstbijzijnde geheel getal.
(De figuur is niet op schaal.)

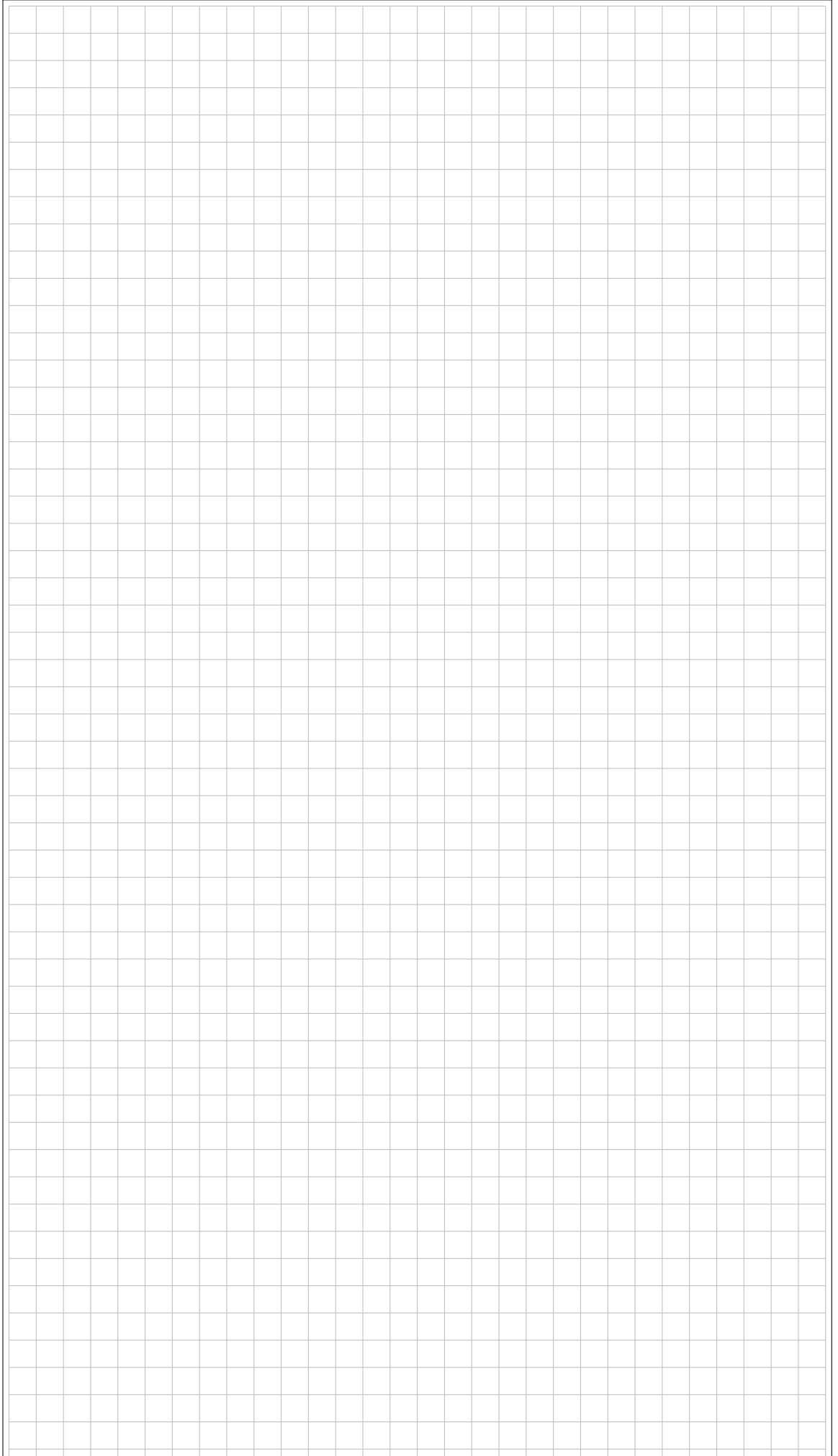


Antwoord = ... m



O4c We wijzigen een vierkant door twee evenwijdige zijden ervan 30% langer te maken en twee andere 30% korter, en wel op deze manier dat de bekomen figuur een rechthoek vormt. Met hoeveel % is de oppervlakte van deze rechthoek dan groter of kleiner dan die van het oorspronkelijk vierkant ? Antwoord in procenten, afgerond tot één cijfer na de komma.

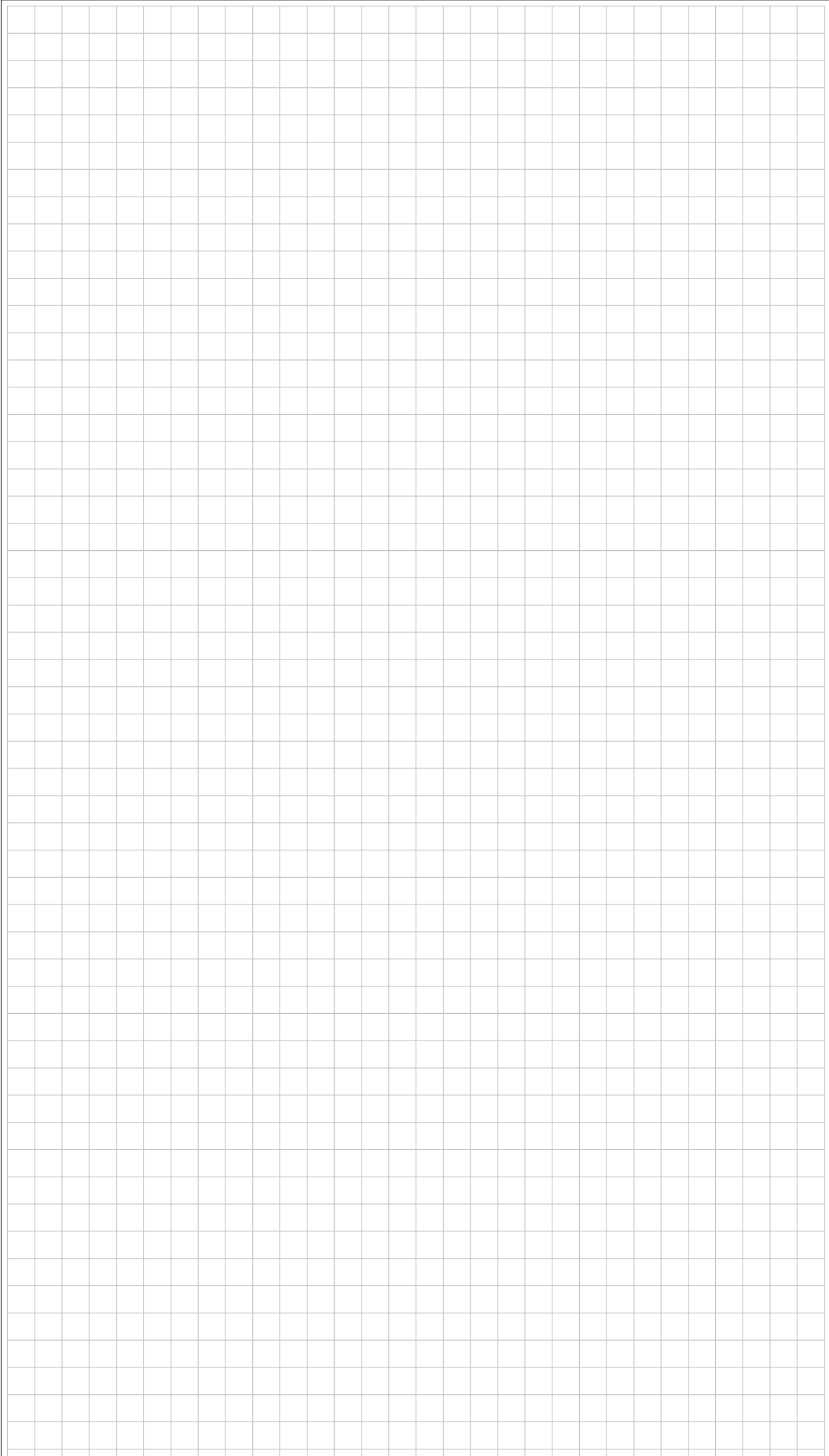
Antwoord = ...% kleiner/groter (schrappen wat niet past).



O5c Zij $f(x) = -x^2 - 6x + 8$, $g(x) = -2x - 1$. Hoeveel bedraagt $f(g(3))$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $f(g(3)) = \dots$



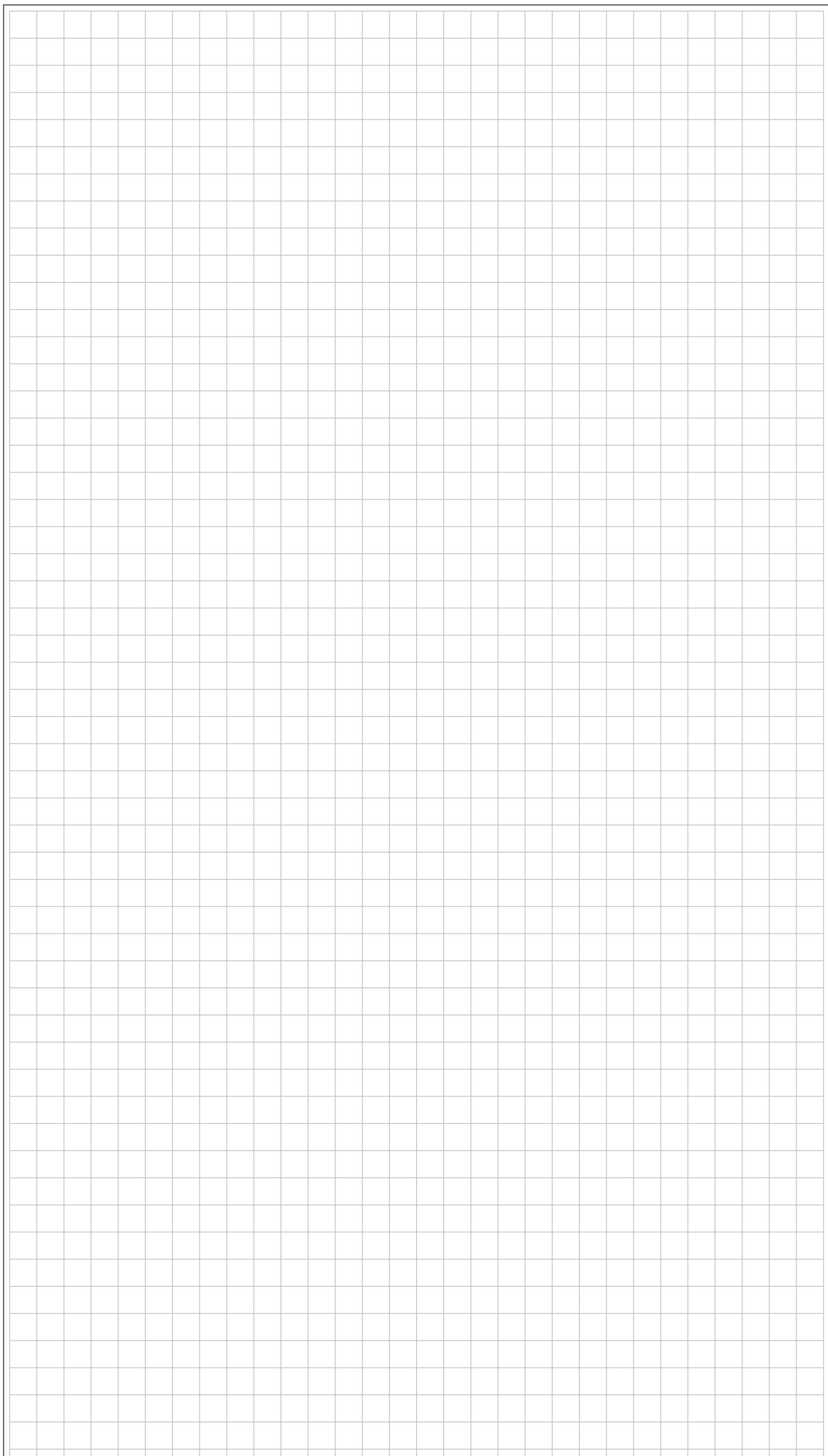
O6c Zij $f(x) = -\frac{2}{3} \left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)^4$

en g de afgeleide van f .

Hoeveel bedraagt $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

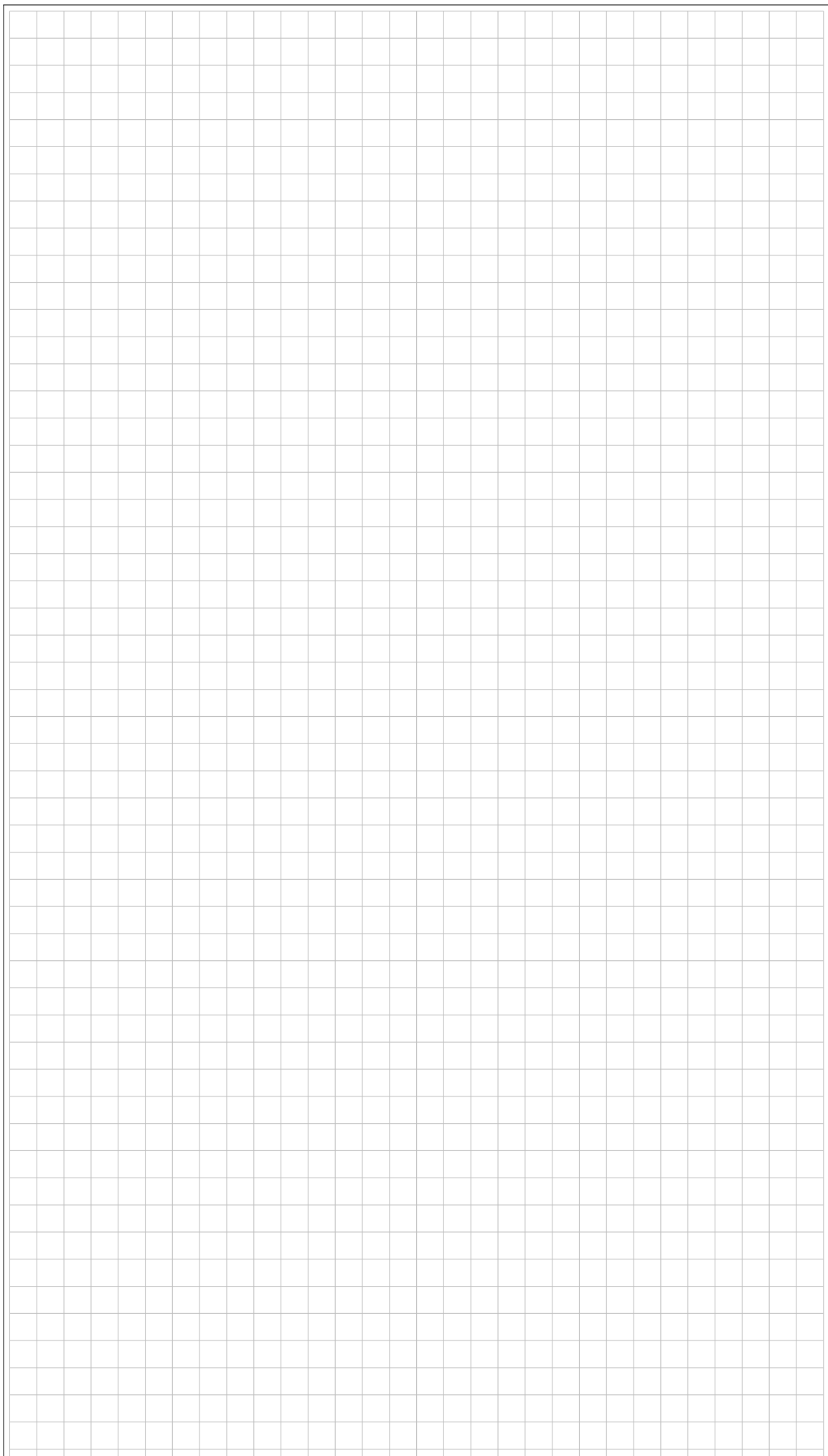
Antwoord : $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$



O7c Bepaal a en b zodat de grafiek van de functie van $f(x) = ax^2 + bx + 3$ een horizontale raaklijn bezit in $x = -2$ en een nulpunt in $x = -1$.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

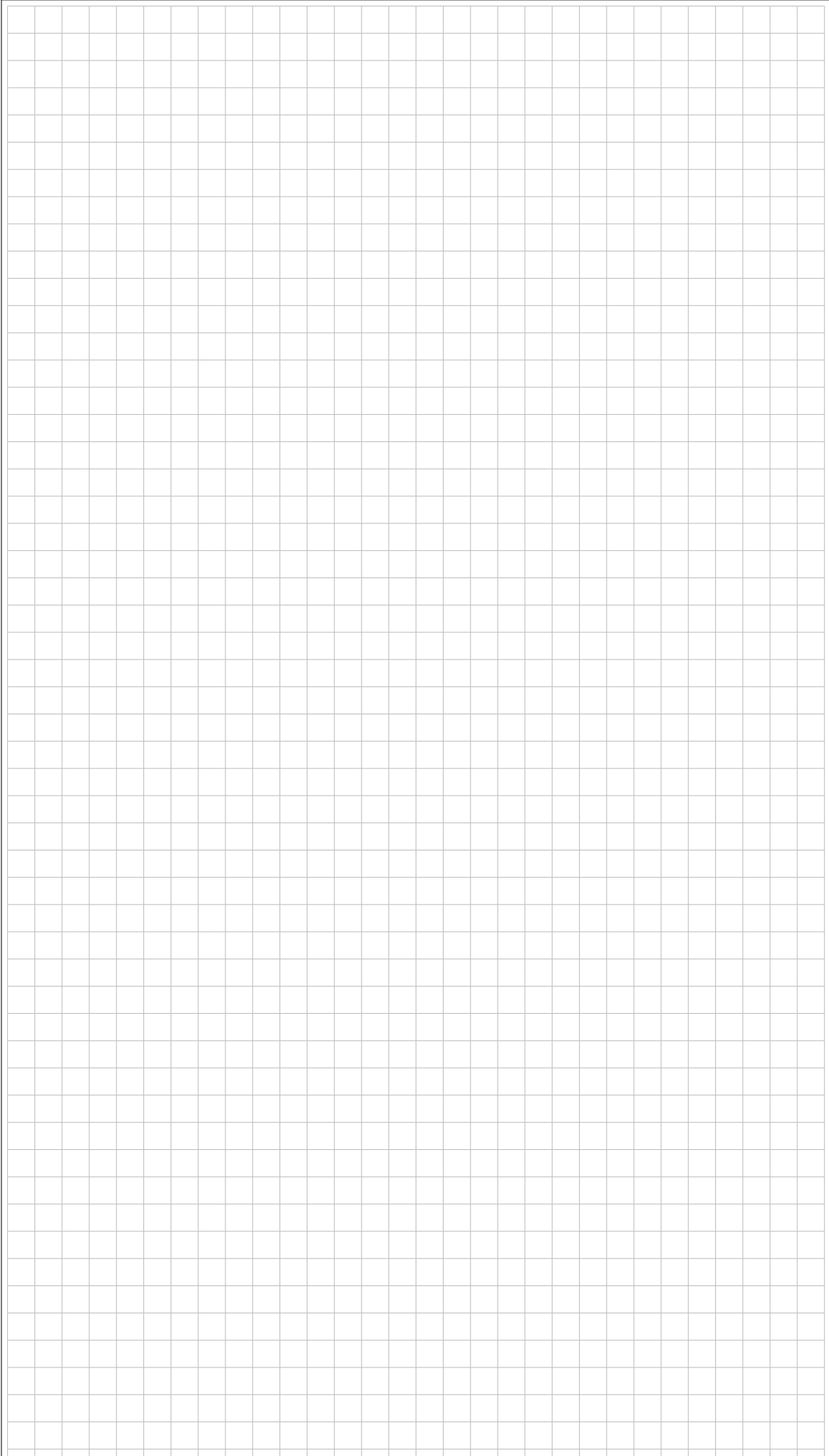
Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$



O8c Zij $y = ax + b$ de vergelijking van de rechte die gaat door het punt $(2, -3)$ en die loodrecht staat op de rechte $-x + 3y - 4 = 0$. Bepaal a en b .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

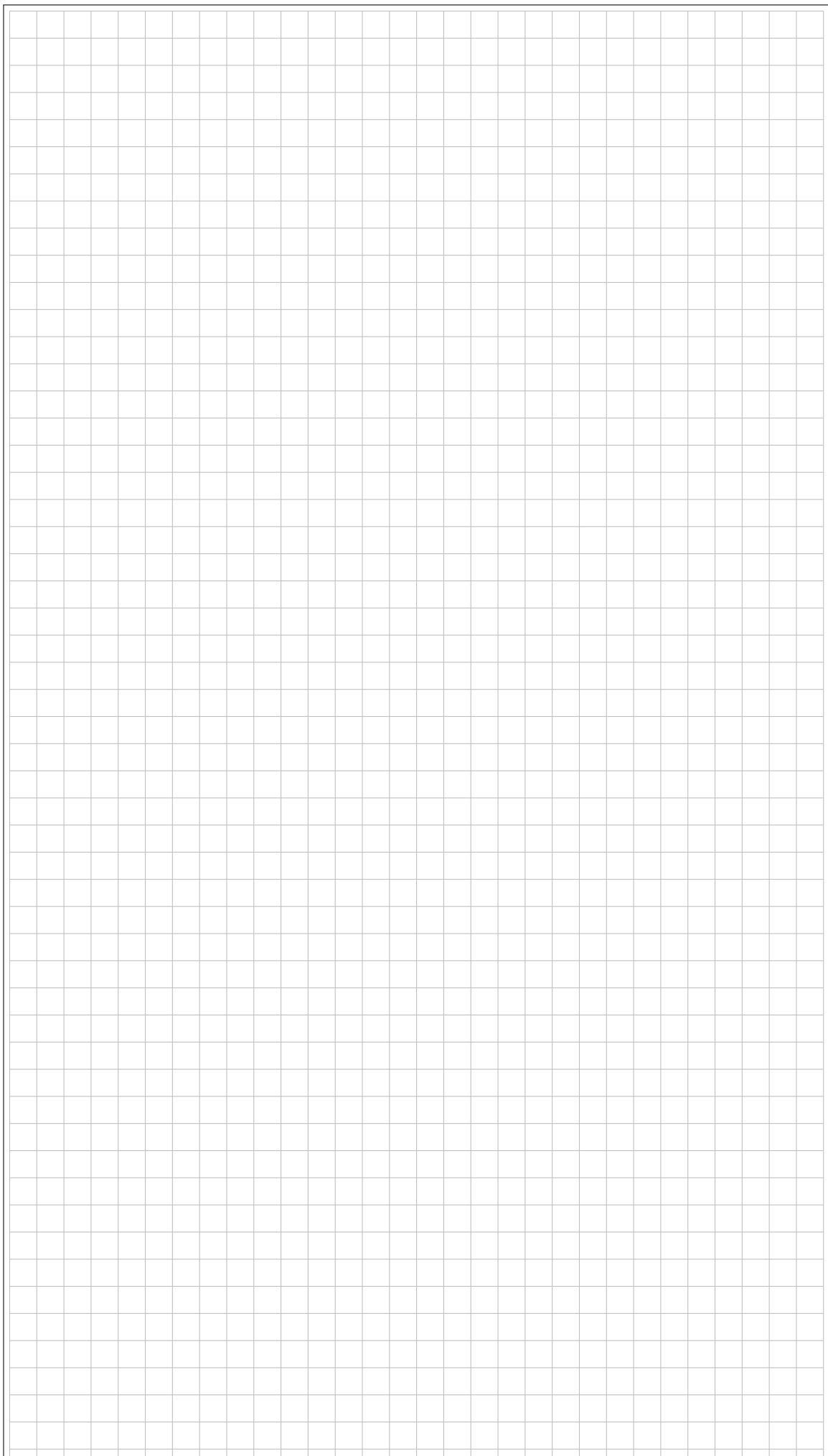


O9c $k = \int_{-\pi/8}^{\pi} (4 \cos(4x)) \, dx - \int_1^2 (6x^{-4}) \, dx.$

Bepaal k .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $k = \dots$

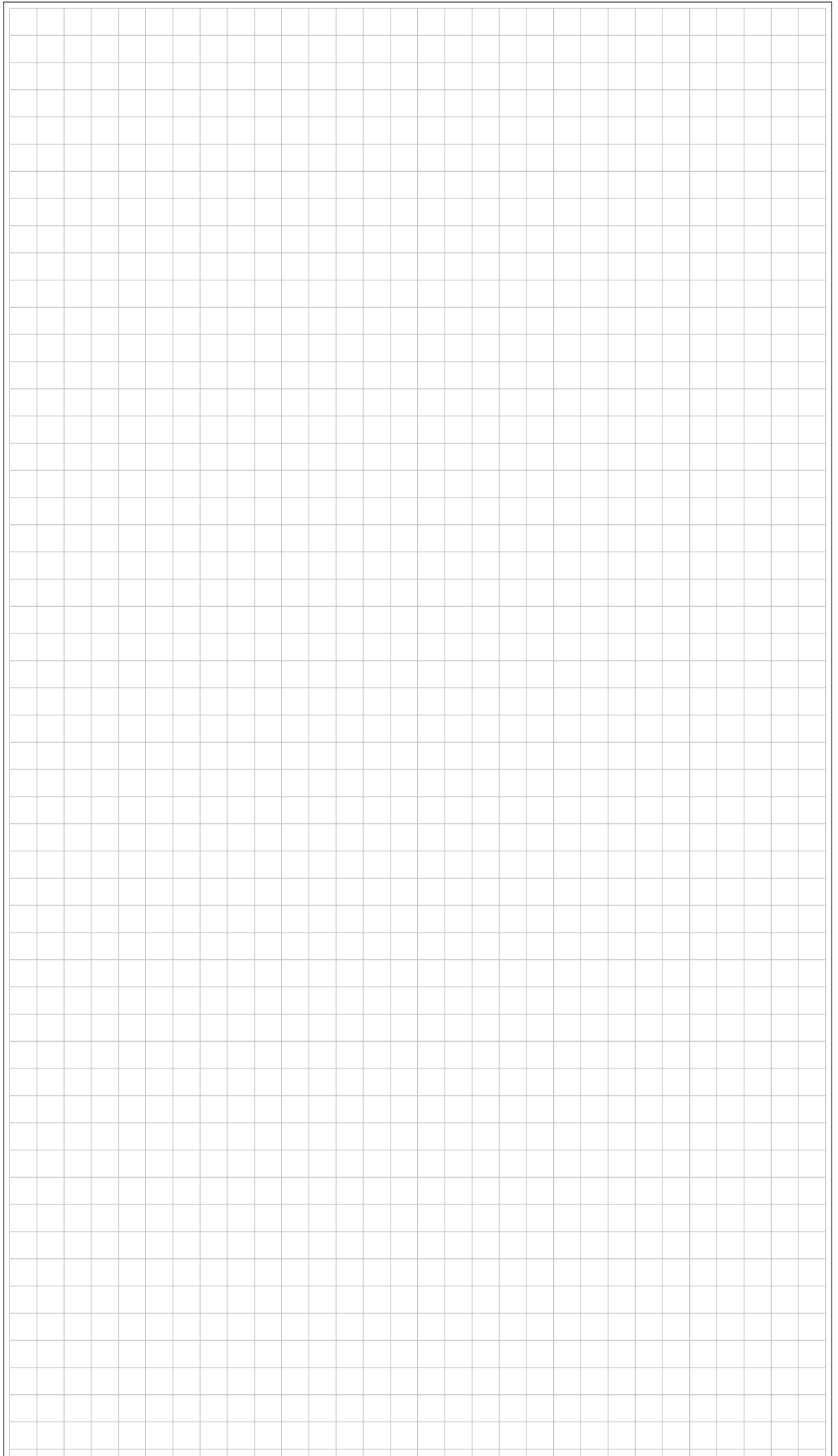


O10c Bereken de oppervlakte ingesloten tussen de grafieken van de functies

$$f(x) = |-24x + 6| \text{ en } g(x) = 12x + 12.$$

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: Oppervlakte =



Gemeenschappelijke proef 2021
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks C - Deel 1
10 Vragen

- De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
 - Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
 - De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 10 op 50.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.
 - Antwoorden op het antwoordblad.
-

MC1c Percentage medewerkers bij HugePharma met een masterdiploma per afdeling

	Marketing	Innovatie	Verkoop	Productie
% met masterdiploma	65%	80%	34%	16%

Bij de afdeling “Productie” van HugePharma dat werkt 150 medewerkers. Het aantal medewerkers met een masterdiploma in de afdeling “Productie” is gelijk aan 60% van het aantal medewerkers zonder masterdiploma in de afdeling “Innovatie”.

Hoeveel van de volgende uitspraken zijn juist ?

Antwoord:

- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 9 en lager dan 70.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 19 en lager dan 30.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 29 en lager dan 50.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 39 en lager dan 60.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 49 en lager dan 70.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 59 en lager dan 150.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 69 en lager dan 90.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 79 en lager dan 170.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 89 en lager dan 100.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 99 en lager dan 160.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 109 en lager dan 120.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 129.

- A) Minder dan 3
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Meer dan 5

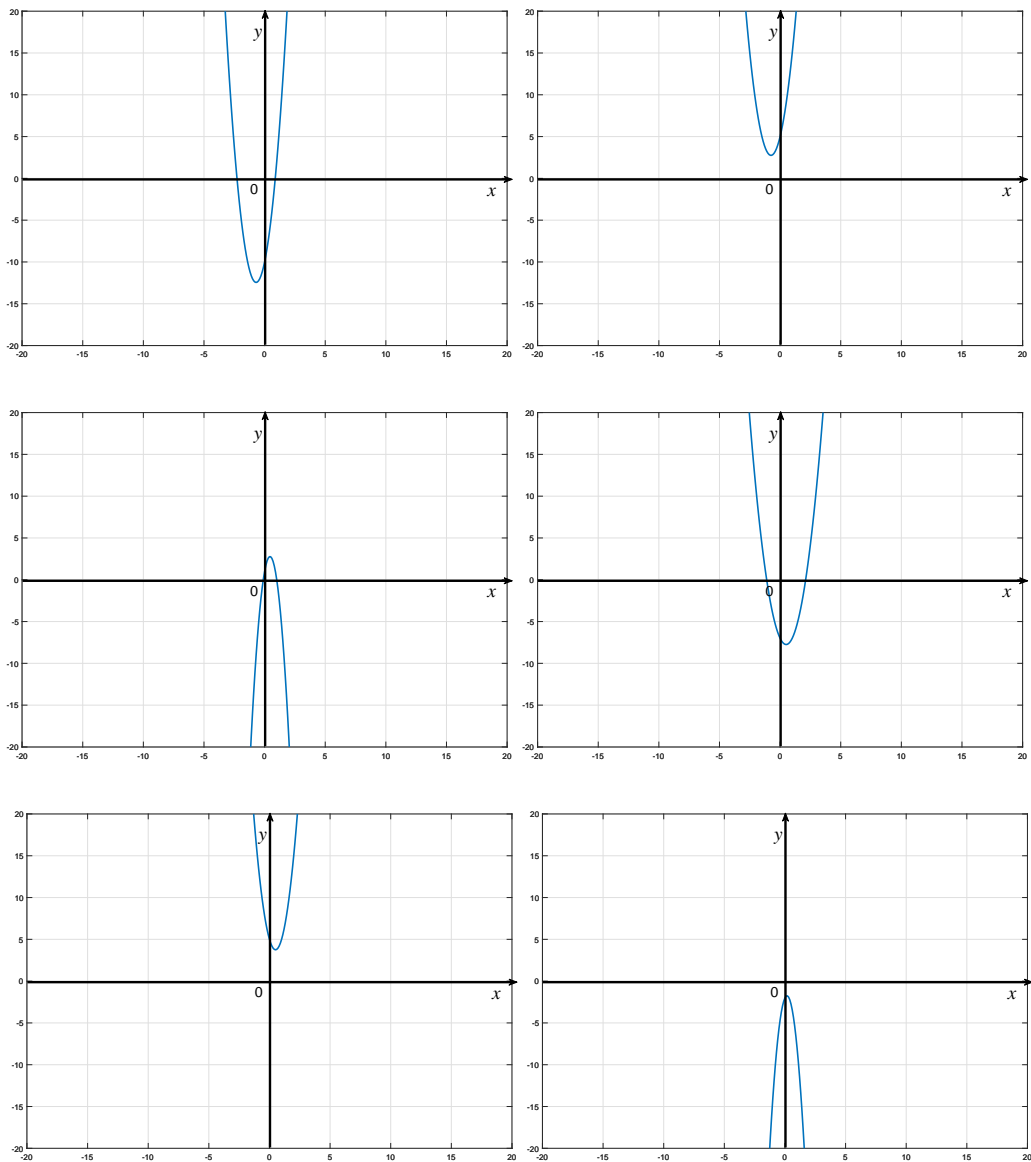
MC2c Hoeveel verschillende gehele getallen komen minstens tweemaal voor in onderstaande lijst (na uitrekening)?

- 3^{27}
- $((3^3)^3)^3$
- $3^{(3^3)}$
- 27^3
- $(-27)^3$
- $(-27)^{(-3)}$
- $(27)^{(-3)}$
- $27^{\frac{1}{3}}$
- $(\frac{1}{3})^9$
- $(3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3)$
- $(3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3)^3$
- $9^{\frac{7}{2}}$

Antwoord:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Geen van bovenstaande antwoorden is correct.

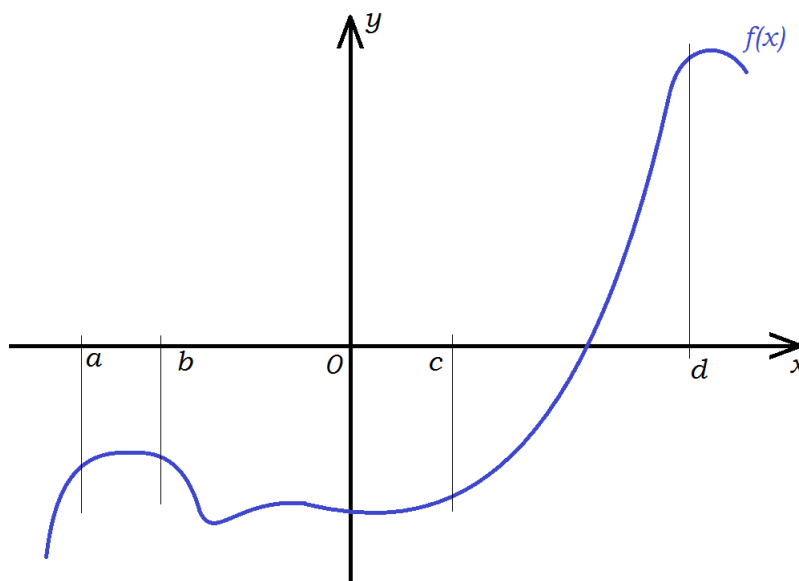
MC3c Hieronder vindt u parabolen die de grafiek zijn van een functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) ?



Welk van de volgende gevallen werd niet in een van bovenstaande figuren afgebeeld?

- A) $a > 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c < 0$
- B) $a < 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c < 0$
- C) $a > 0$; $(a \cdot b) < 0$; $c > 0$
- D) $a > 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c > 0$
- E) Alle bovenstaande gevallen zijn afgebeeld in een van de figuren.

MC4c Beschouw de grafiek van de functie $y = f(x)$ in de figuur hieronder.



Hoeveel fouten staan er in onderstaande tabel ?

$a > 0$	$f(a) < 0$	$f'(a) > 0$	$f''(a) < 0$
$b > 0$	$f(b) < 0$	$f'(b) < 0$	$f''(b) < 0$
$c > 0$	$f(c) < 0$	$f'(c) > 0$	$f''(c) > 0$
$d > 0$	$f(d) > 0$	$f'(d) > 0$	$f''(d) > 0$

(f' is de eerste afgeleide van f en f'' is de tweede afgeleide van f .)

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Meer dan 5

MC5c Zij $f(x) = 4x^2 + 4x - 2$. Hoeveel van volgende uitspraken zijn niet correct ?

- f heeft een minimum voor $x < 0$.
- f neemt over het interval $[-4, 4]$ zowel positieve als negatieve waarden aan.
- f heeft geen minimum voor $x > -1$
- f heeft geen minimum voor $x < 0.25$
- f heeft zowel een nulpunt voor $x > 0$ als voor $x < 0$.

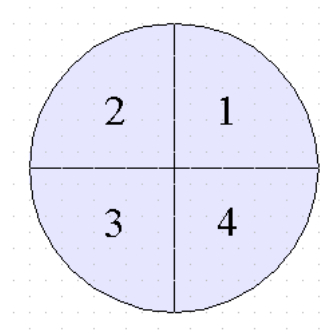
- A) Geen
- B) 1.
- C) 2
- D) 3
- E) 4

MC6c Indien $0 < \left(\left| \tan \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \right| \right)^2 < 3$, tot welke kwadranten kan x dan behoren ?

Antwoord:

- A) Tot kwadrant 1 of 2, maar niet tot de andere kwadranten.
- B) Tot kwadrant 1 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- C) Tot kwadrant 3 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- D) Tot kwadrant 2 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- E) Alle bovenstaande uitspraken zijn fout.

De nummering van de kwadranten wordt in de figuur hieronder gegeven.



MC7c We geven de vergelijkingen van vier cirkels in het vlak

- $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$
- $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$
- $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$
- $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$

Hoeveel van deze cirkels snijden exact twee andere van deze cirkels ?

- A) Geen
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Alle 4

MC8c Hoeveel van onderstaande uitspraken zijn correct ?

- $\log(6^4) = (\log(6))^4$
- $\log(24) = \log(6) \log(4)$
- $\log(36) = 2(\log(2) + \log(4))$
- $\log(36) = 2(\log(2) + \log(3))$

- A) Geen
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Alle 4

MC9c Hoeveel gehele getallen zijn oplossingen van $(\frac{x}{2})^2 \leq |2x + 1|$?

Antwoord:

- A) minder dan 3
- B) meer dan 2, maar minder dan 8
- C) meer dan 7, maar minder dan 17
- D) meer dan 16, maar minder dan 20
- E) Meer dan 19.

MC10c Hoeveel van de volgende waarden

- $x = 0$
- $x = \frac{\pi}{4}$
- $x = \frac{2\pi}{4}$
- $x = \frac{3\pi}{4}$
- $x = \pi$
- $x = \frac{5\pi}{4}$
- $x = \frac{6\pi}{4}$
- $x = \frac{7\pi}{4}$
- $x = 2\pi$

voldoen aan de volgende ongelijkheid:

$$|1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| < 1 ?$$

Antwoord:

- A) geen enkele waarde
- B) een enkele waarde
- C) meer dan 1, maar minder dan 4
- D) meer dan 3, maar niet allemaal
- E) allemaal.

Gemeenschappelijke proef 2021
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks C - Deel 1

MC1c Percentage medewerkers bij HugePharma met een masterdiploma per afdeling

	Marketing	Innovatie	Verkoop	Productie
% met masterdiploma	65%	80%	34%	16%

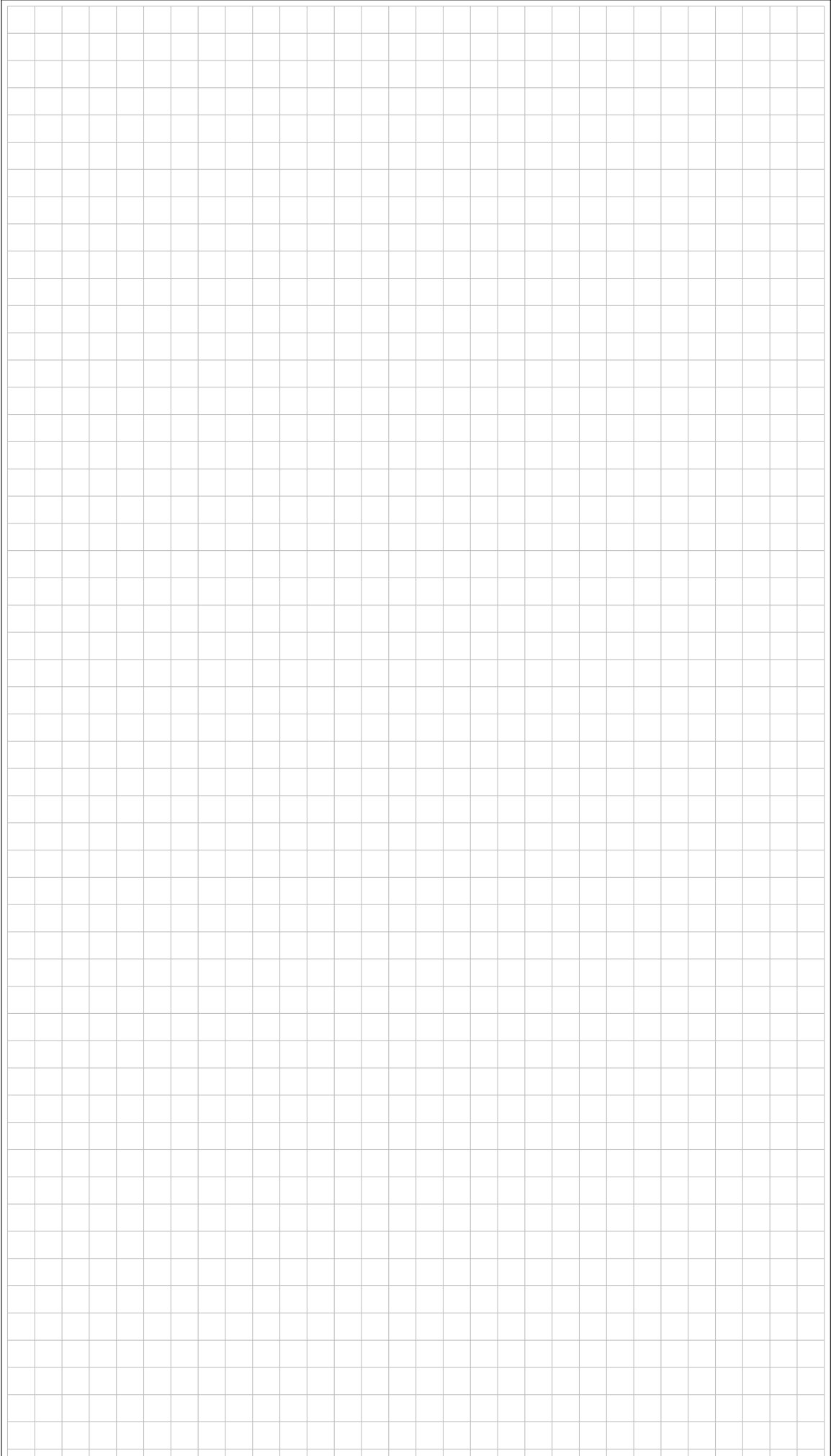
Bij de afdeling “Productie” van HugePharma werken 150 medewerkers. Het aantal medewerkers met een masterdiploma in de afdeling “Productie” is gelijk aan 60% van het aantal medewerkers zonder masterdiploma in de afdeling “Innovatie”.

Hoeveel van de volgende uitspraken zijn juist ?

- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 9 en lager dan 70.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 19 en lager dan 30.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 29 en lager dan 50.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 39 en lager dan 60.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 49 en lager dan 70.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 59 en lager dan 150.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 69 en lager dan 90.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 79 en lager dan 170.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 89 en lager dan 100.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 99 en lager dan 160.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 109 en lager dan 120.
- Het aantal medewerkers dat werkt in de afdeling “Innovatie” van HugePharma is hoger dan 129.

Antwoord:

- A) Minder dan 3
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Meer dan 5

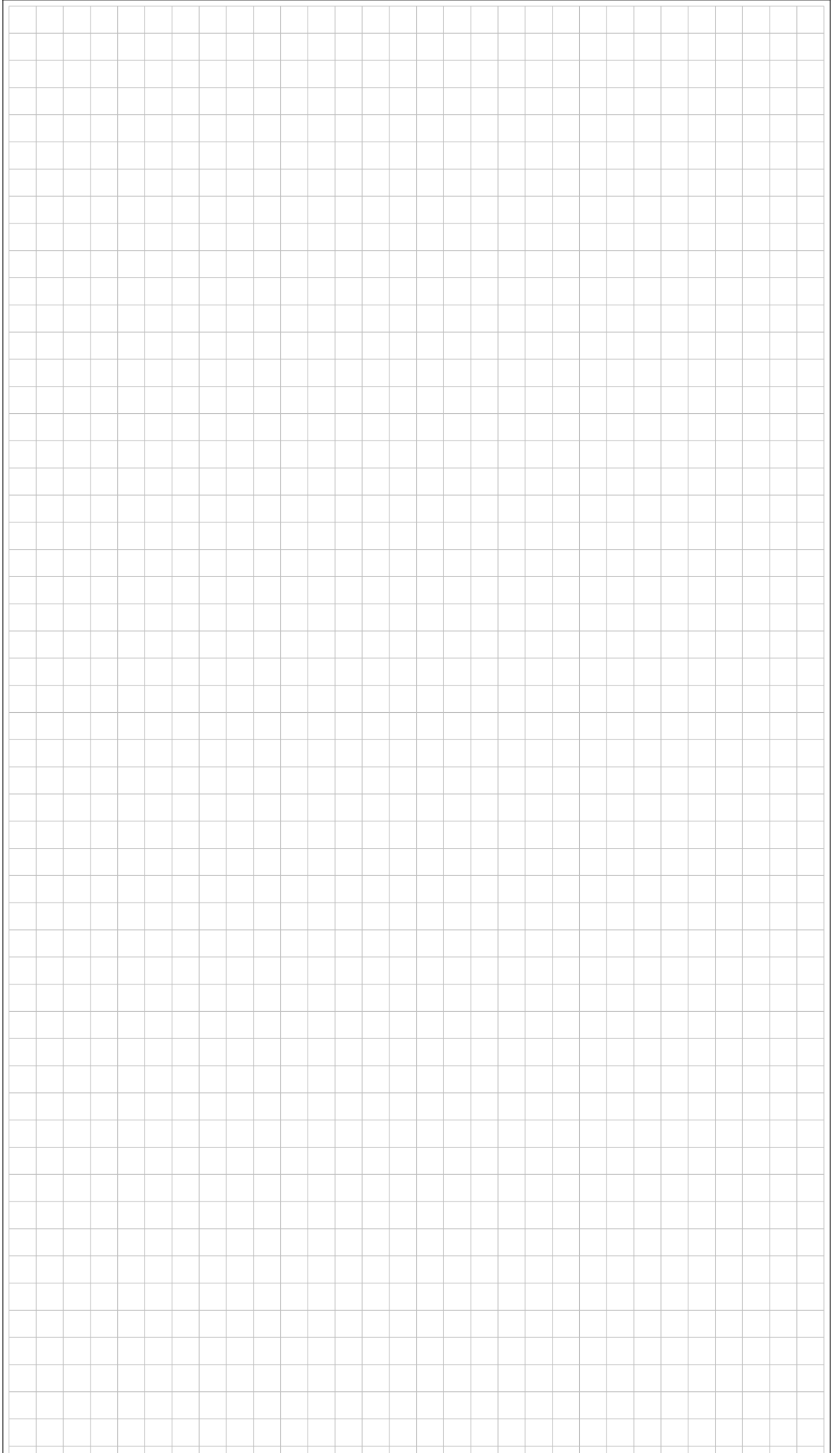


MC2c Hoeveel verschillende gehele getallen komen minstens tweemaal voor in onderstaande lijst (na uitrekening)?

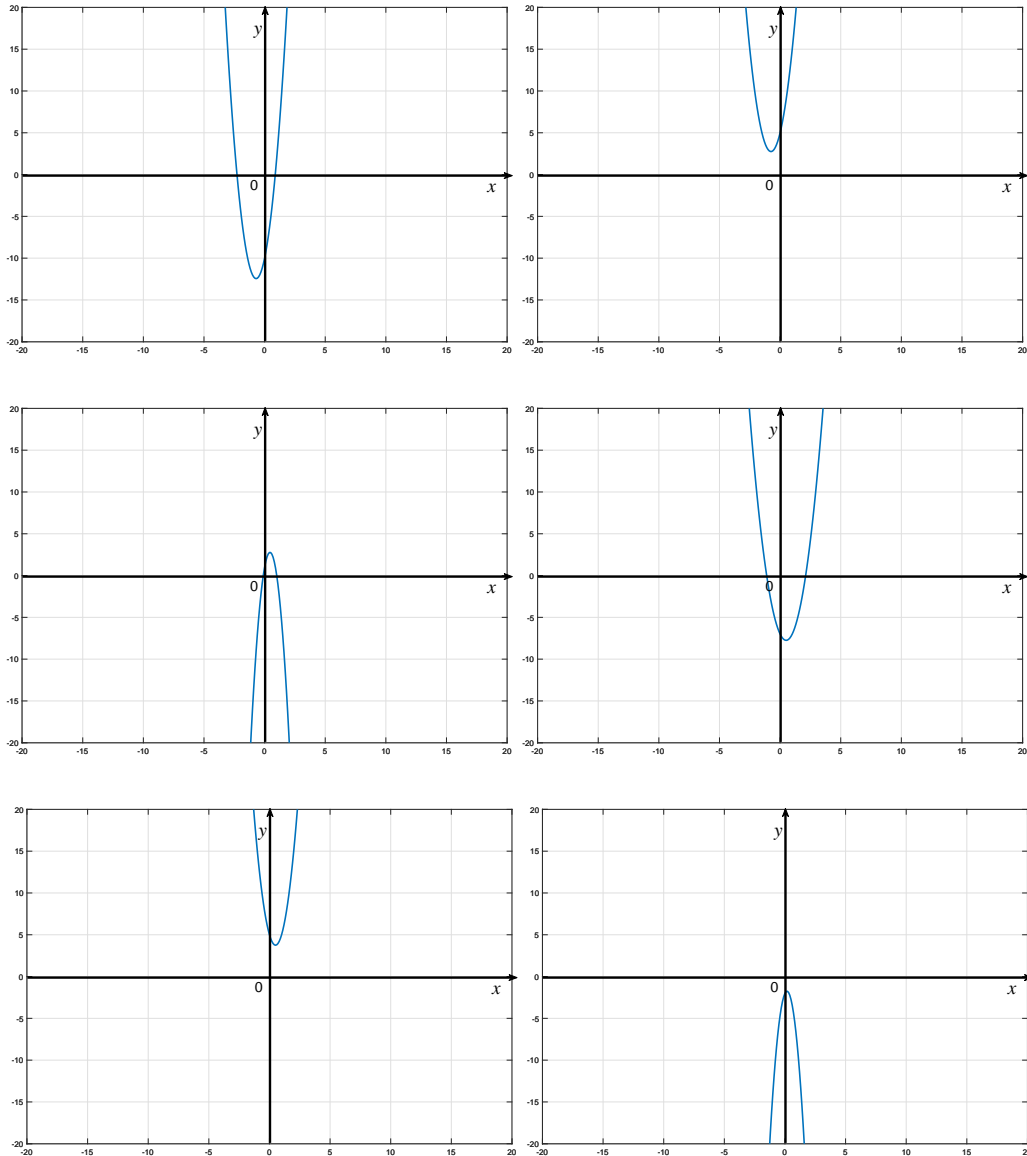
- 3^{27}
- $((3^3)^3)^3$
- $3^{(3^3)}$
- 27^3
- $(-27)^3$
- $(-27)^{(-3)}$
- $(27)^{(-3)}$
- $27^{\frac{1}{3}}$
- $(\frac{1}{3})^9$
- $(3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3)$
- $(3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3)^3$
- $9^{\frac{7}{2}}$

Antwoord:

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Geen van bovenstaande antwoorden is correct.

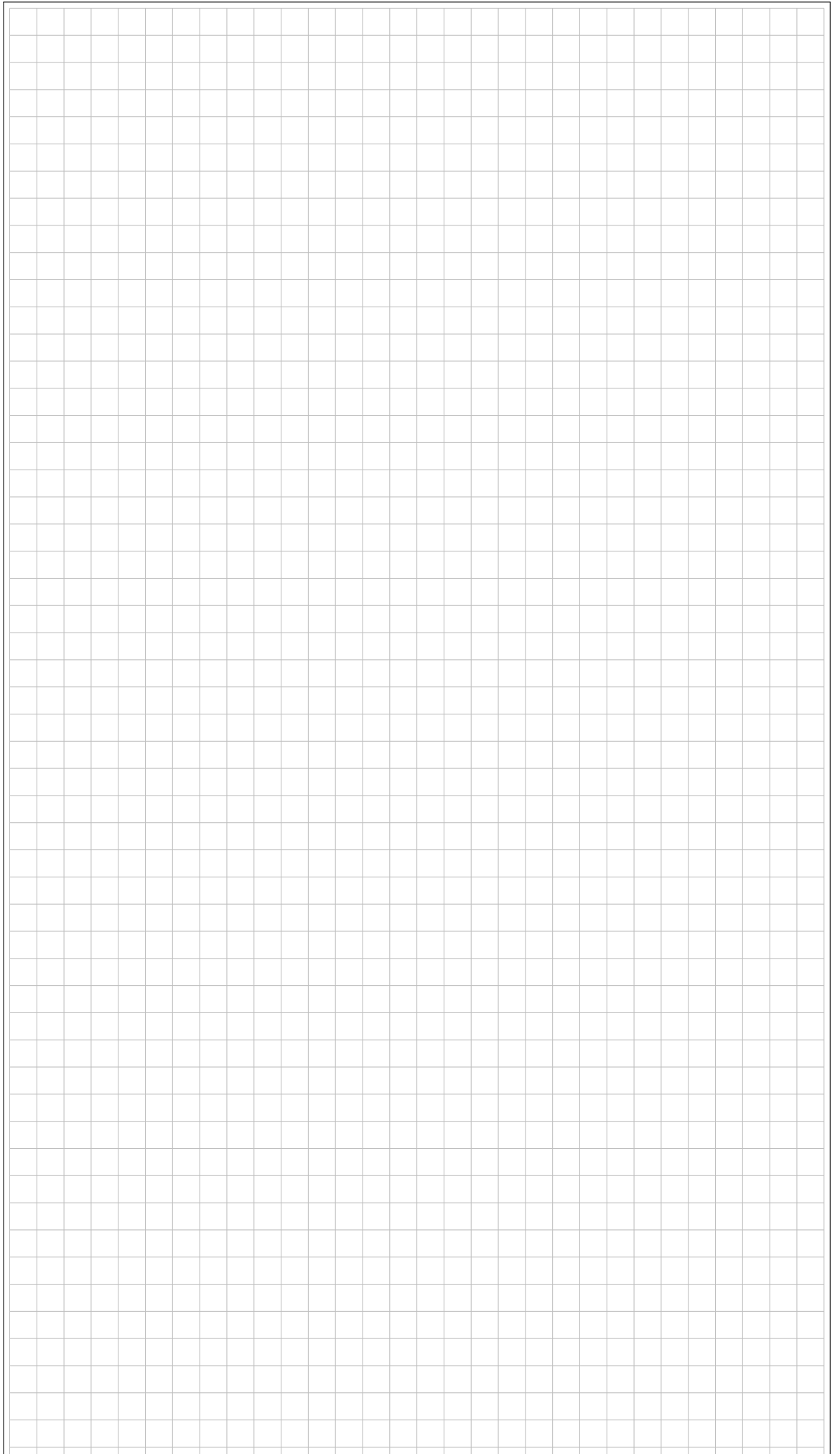


MC3c Hieronder vindt u parabolen die de grafiek zijn van een functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) ?

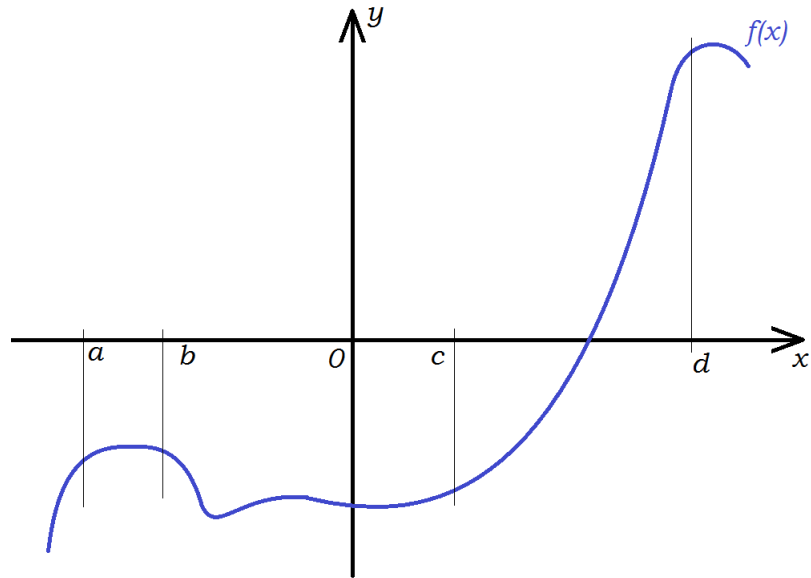


Welk van de volgende gevallen werd niet in een van bovenstaande figuren afgebeeld?

- A) $a > 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c < 0$
- B) $a < 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c < 0$
- C) $a > 0$; $(a \cdot b) < 0$; $c > 0$
- D) $a > 0$; $(a \cdot b) > 0$; $c > 0$
- E) Alle bovenstaande gevallen zijn afgebeeld in een van de figuren.



MC4c Beschouw de grafiek van de functie $y = f(x)$ in de figuur hieronder.

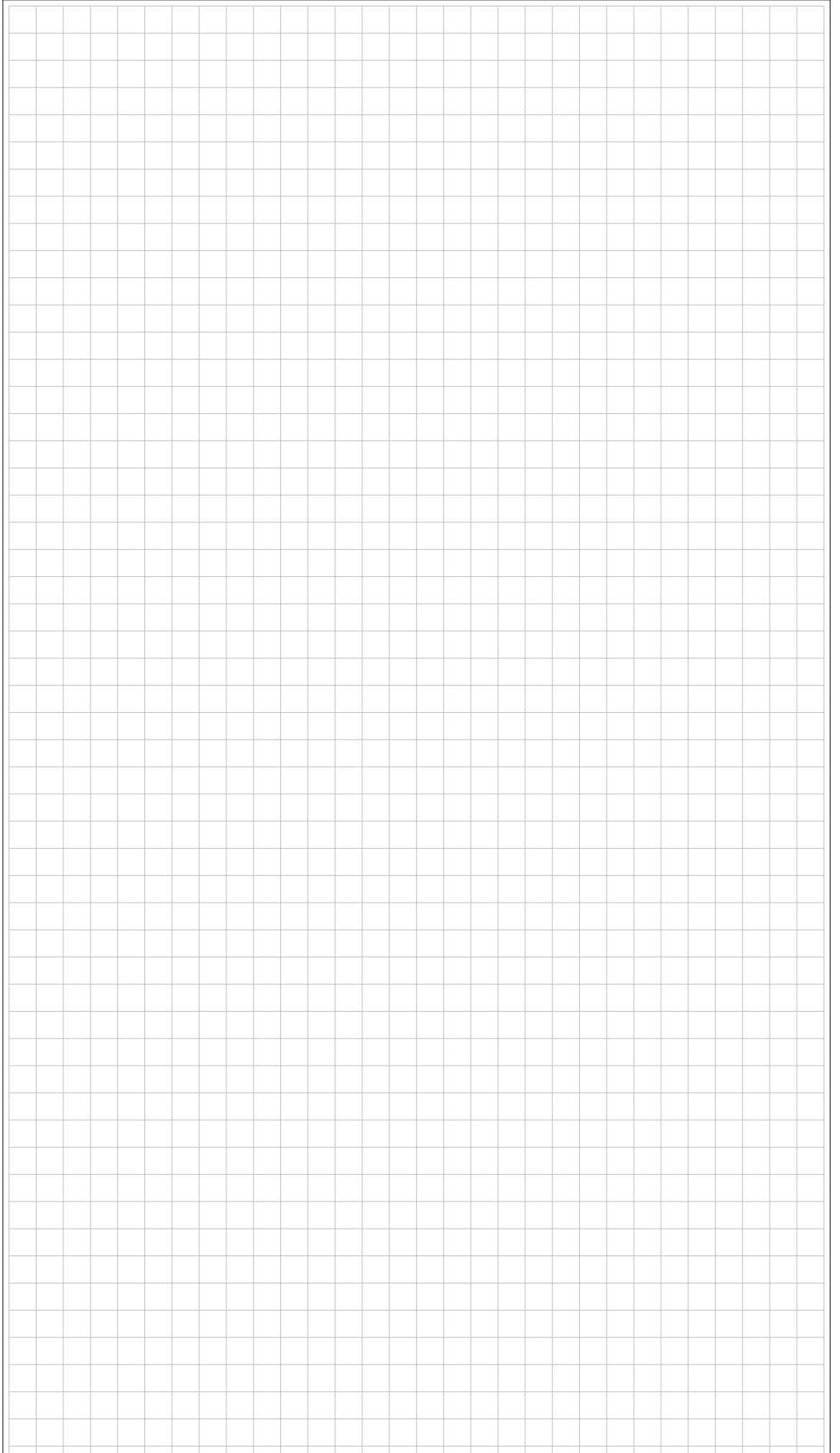


Hoeveel fouten staan er in onderstaande tabel ?

$a > 0$	$f(a) < 0$	$f'(a) > 0$	$f''(a) < 0$
$b > 0$	$f(b) < 0$	$f'(b) < 0$	$f''(b) < 0$
$c > 0$	$f(c) < 0$	$f'(c) > 0$	$f''(c) > 0$
$d > 0$	$f(d) > 0$	$f'(d) > 0$	$f''(d) > 0$

(f' is de eerste afgeleide van f en f'' is de tweede afgeleide van f .)

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) Meer dan 5



MC5c Zij $f(x) = 4x^2 + 4x - 2$. Hoeveel van volgende uitspraken zijn niet correct ?

- f heeft een minimum voor $x < 0$.
- f neemt over het interval $[-4, 4]$ zowel positieve als negatieve waarden aan.
- f heeft geen minimum voor $x > -1$
- f heeft geen minimum voor $x < 0.25$
- f heeft zowel een nulpunt voor $x > 0$ als voor $x < 0$.

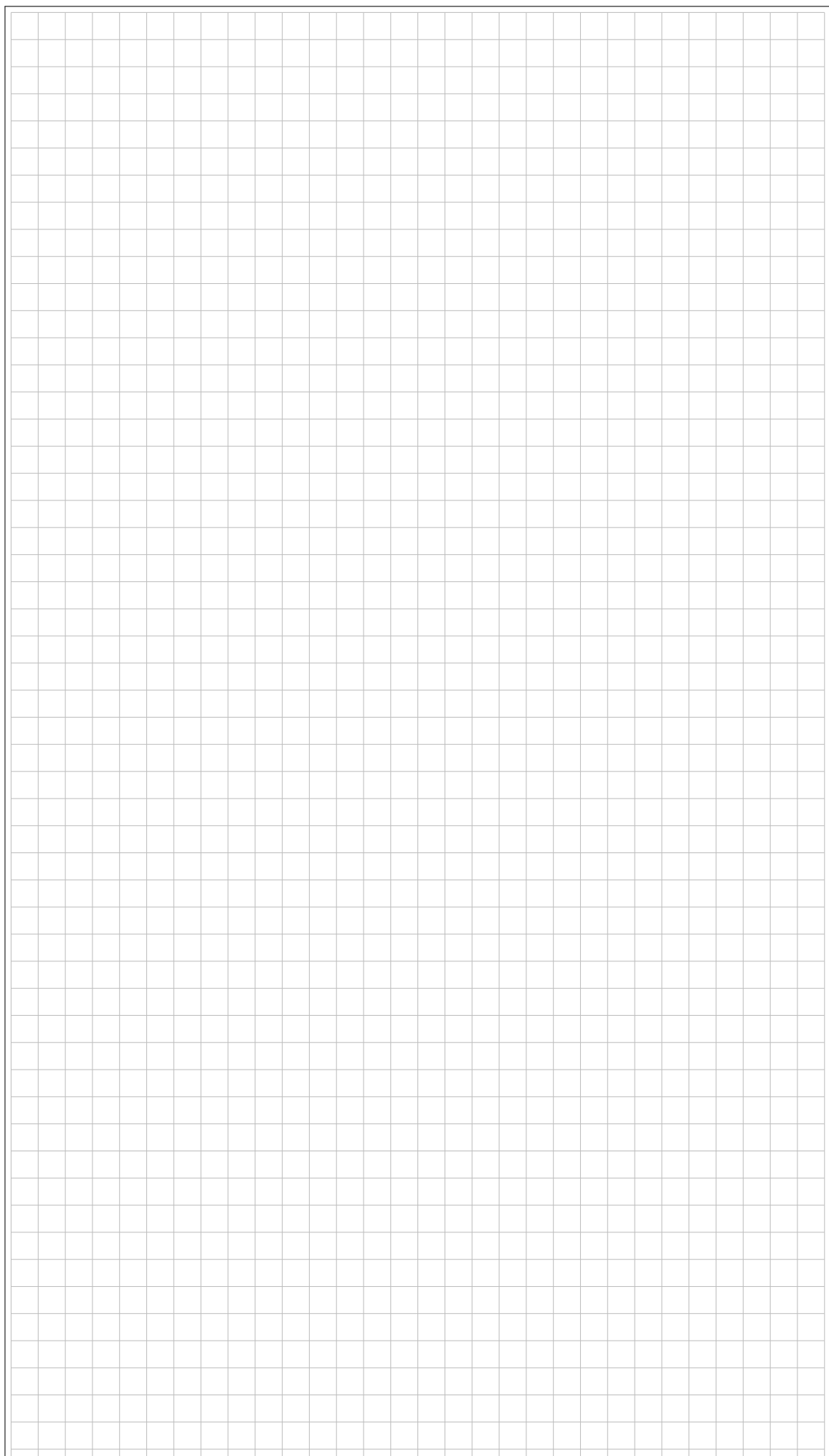
A) Geen

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

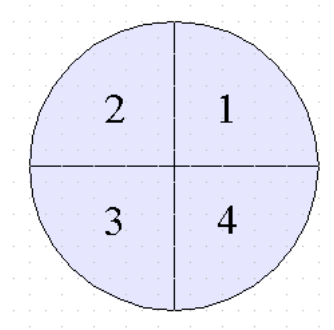


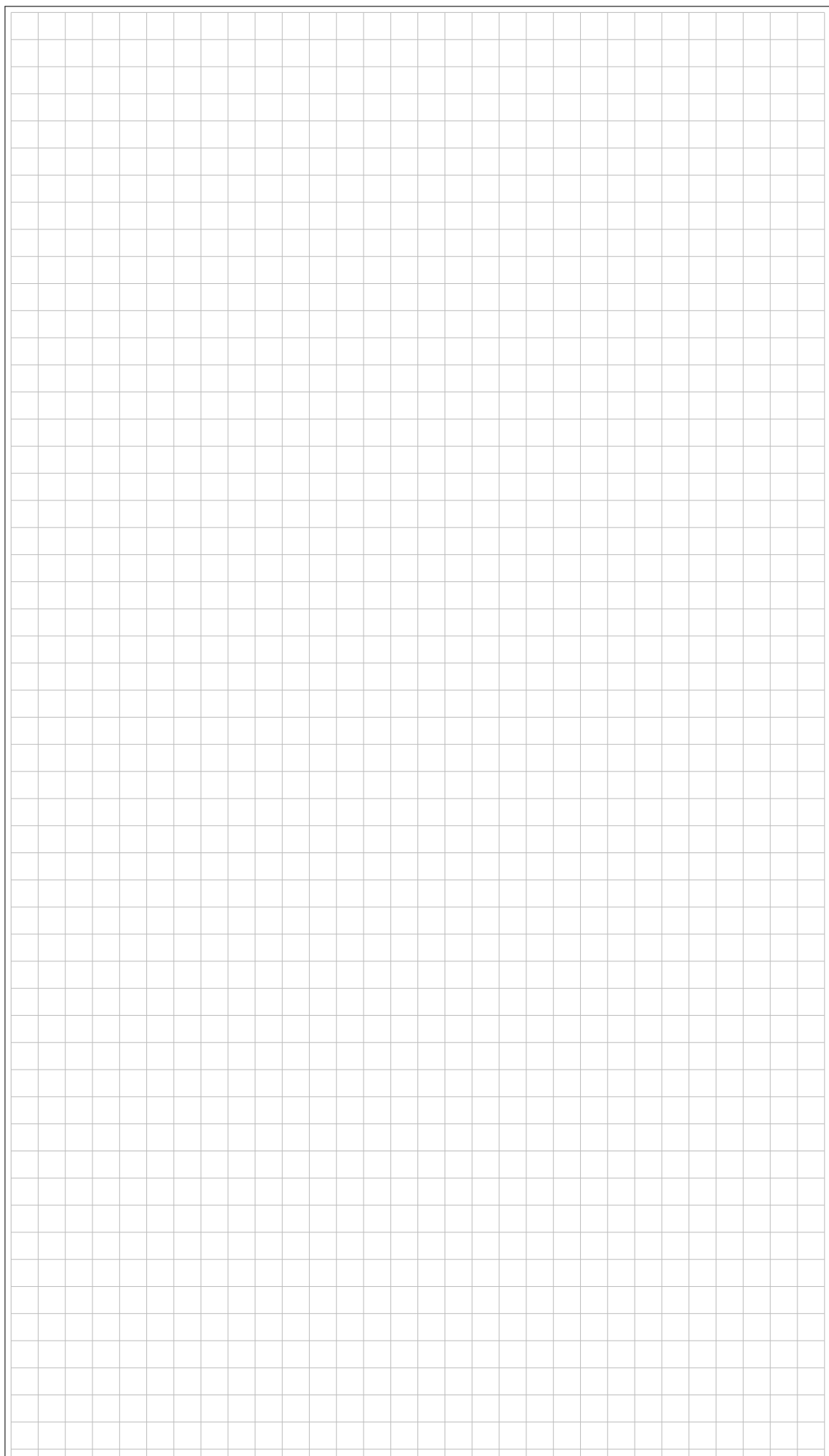
MC6c Indien $0 < \left(\left| \tan \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \right| \right)^2 < 3$, tot welke kwadranten kan x dan behoren ?

Antwoord:

- A) Tot kwadrant 1 of 2, maar niet tot de andere kwadranten.
- B) Tot kwadrant 1 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- C) Tot kwadrant 3 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- D) Tot kwadrant 2 of 4, maar niet tot de andere kwadranten.
- E) Alle bovenstaande uitspraken zijn fout.

De nummering van de kwadranten wordt in de figuur hieronder gegeven.

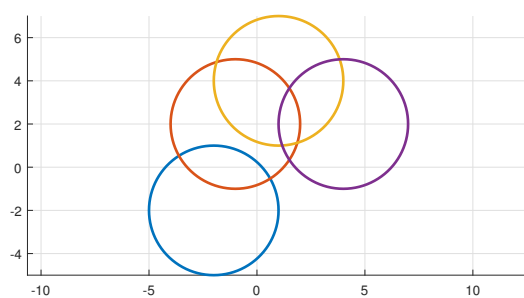




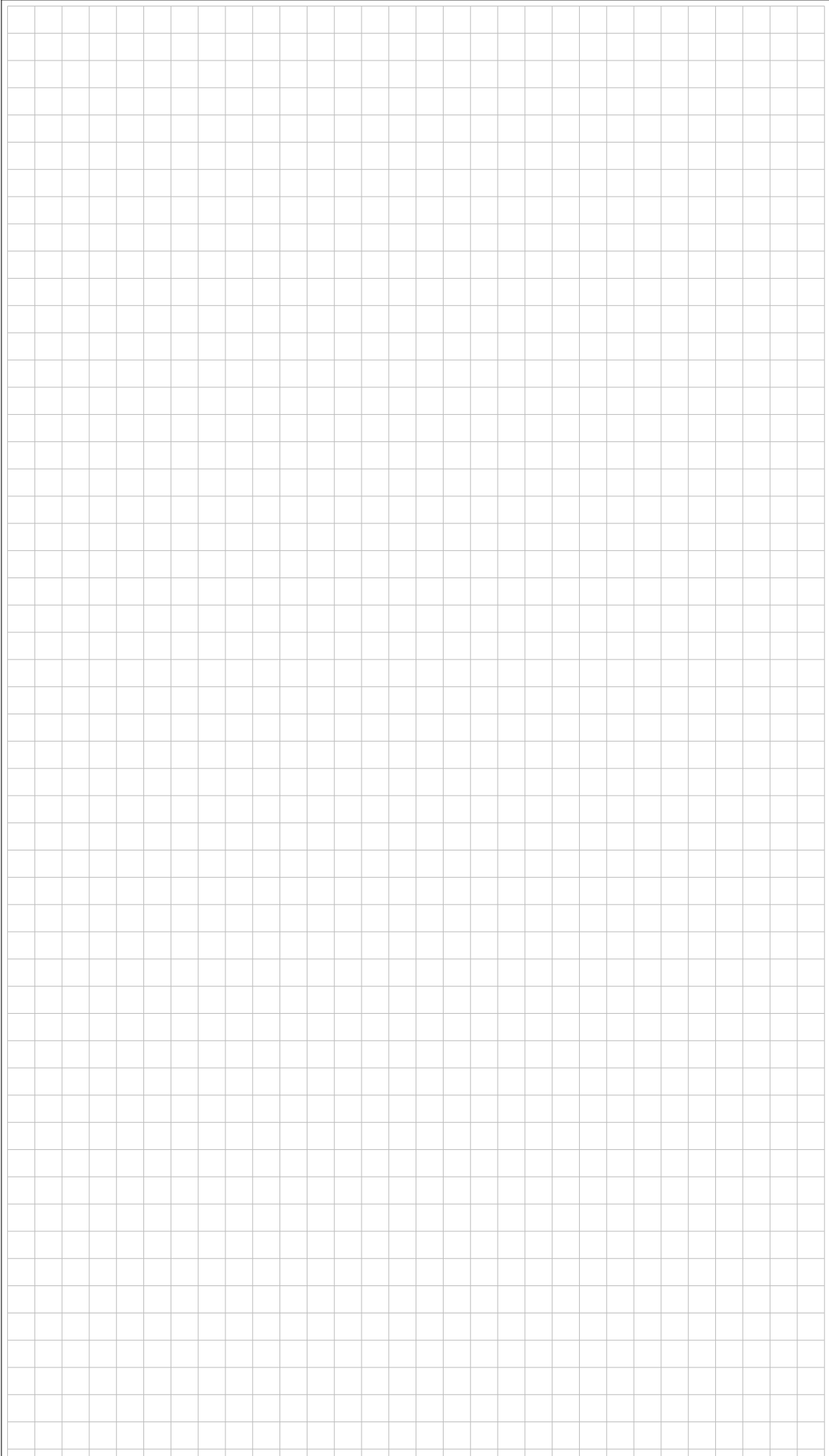
MC7c We geven de vergelijkingen van vier cirkels in het vlak

- $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$
- $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$
- $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$
- $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$

Hoeveel van deze cirkels snijden exact twee andere van deze cirkels ?



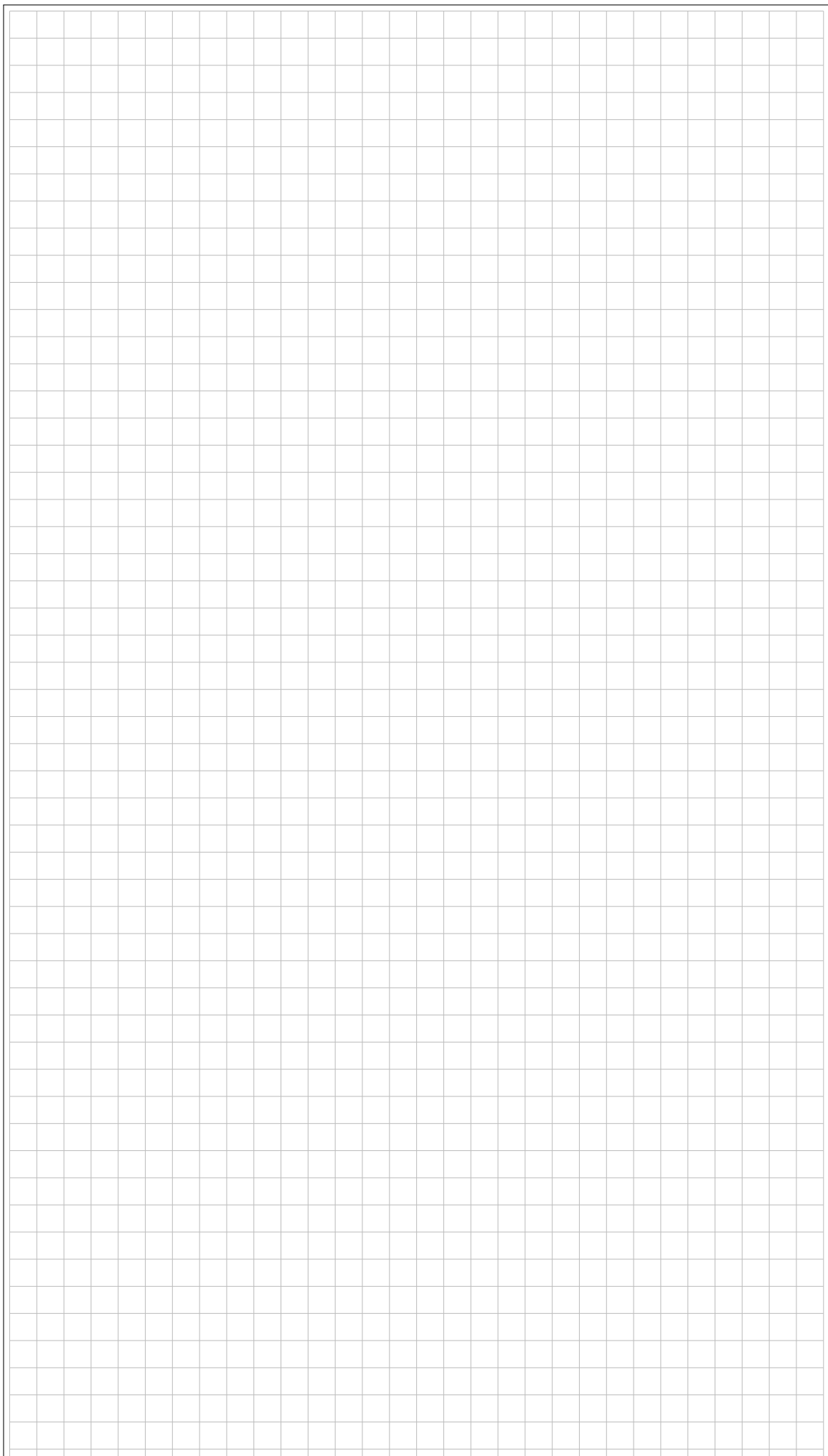
- A) Geen
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Alle 4



MC8c Hoeveel van onderstaande uitspraken zijn correct ?

- $\log(6^4) = (\log(6))^4$
- $\log(24) = \log(6) \log(4)$
- $\log(36) = 2(\log(2) + \log(4))$
- $\log(36) = 2(\log(2) + \log(3))$

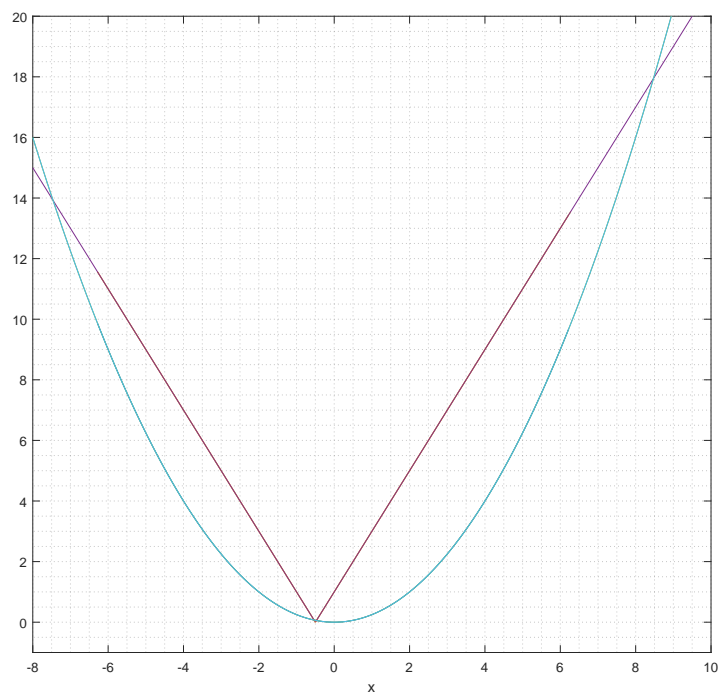
- A) Geen
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Alle 4



MC9c Hoeveel gehele getallen zijn oplossingen van $(\frac{x}{2})^2 \leq |2x + 1|$?

Antwoord:

- A) minder dan 3
- B) meer dan 2, maar minder dan 8
- C) meer dan 7, maar minder dan 17
- D) meer dan 16, maar minder dan 20
- E) Meer dan 19.



MC10c Hoeveel van de volgende waarden

- $x = 0$
- $x = \frac{\pi}{4}$
- $x = \frac{2\pi}{4}$
- $x = \frac{3\pi}{4}$
- $x = \pi$
- $x = \frac{5\pi}{4}$
- $x = \frac{6\pi}{4}$
- $x = \frac{7\pi}{4}$
- $x = 2\pi$

voldoen aan de volgende ongelijkheid:

$$|1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| < 1 ?$$

Antwoord:

- A) geen enkele waarde
- B) een enkele waarde
- C) meer dan 1, maar minder dan 4
- D) meer dan 3, maar niet allemaal
- E) allemaal.

- $x = 0 \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = \pi \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = \frac{6\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = \frac{7\pi}{4} \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$
- $x = 2\pi \Rightarrow |1 + \sin(x) + 2(\sin(x))^2 + 5(\sin(x))^3| =$

Gemeenschappelijke proef 2021
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks C - Deel 2
10 Vragen

- De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
- Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
- De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 0 op 50.
 - Een juist antwoord geeft u 5 punten.
 - Een blanco antwoord of fout antwoord verandert uw resultaat niet.
- Antwoorden op het antwoordblad.

O1c 33 studenten nemen deel aan een test met drie vragen (A, B en C).

Vier studenten hebben een juist antwoord op alle vragen.

Twee studenten hebben een juist antwoord op vraag B en C, maar niet op vraag A.

Negentien studenten hebben een juist antwoord op vraag A; hiervan hebben er 6 ook een juist antwoord op vraag C.

Achttien studenten hebben een juist antwoord op vraag B; hiervan hebben er twee geen juist antwoord op vraag A.

Tien studenten hebben geen enkel juist antwoord.

Hoeveel studenten zijn er die enkel een juist antwoord hadden voor vraag C ?

Antwoord: ... student(en)

O2c U heeft 9 muntstukken in uw bezit, waarvan er 4 muntstukken uit België, 3 muntstukken uit Nederland en 2 muntstukken uit Frankrijk komen. Indien u alle muntstukken tegelijkertijd opgooit en er maar twee opvangt in elk hand, wat is dan de kans dat u exact twee identieke muntstukken heeft in minstens één van uw handen? (Elk individueel muntstuk heeft dezelfde waarschijnlijkheid om opgevangen te worden.)

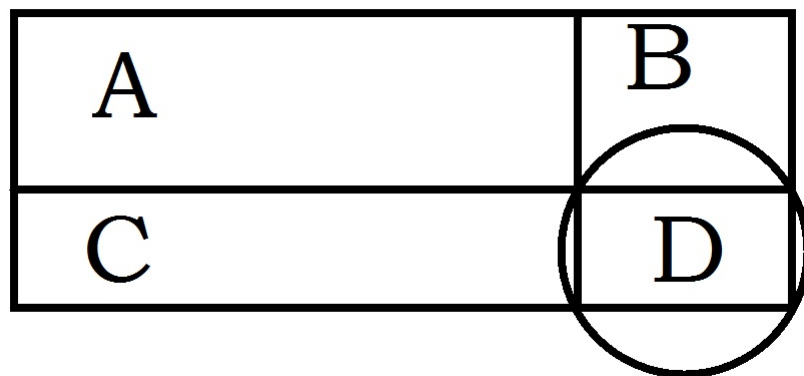
Rond uw antwoord af tot het dichtstbijzijnde geheel percent, dus zonder cijfers na de komma.

Antwoord = ...%

O3c We verdelen een rechthoek in vier kleinere rechthoeken, zoals aangegeven op de figuur hieronder.

Als rechthoek A een oppervlakte heeft van 12 m^2 en een omtrek van 16 m , rechthoek B een oppervlakte heeft van 54 m^2 en rechthoek C een oppervlakte heeft van 4 m^2 en een omtrek van 8 m , wat is dan de oppervlakte van de grootste cirkel die door de vier hoekpunten van rechthoek D gaat? Geef uw antwoord, uitgedrukt in vierkante meter, afgerond naar het dichtsbijzijnde geheel getal. Uw antwoord mag geen vierkantswortels of π meer bevatten.

(De figuur is niet op schaal of in verhouding.)



Antwoord = ... m^2

O4c Als $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x^2 + ax - 1$; wat is dan het product van de waarden van a waarvoor $f(g(2)) = 226$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal. Uw antwoord mag geen vierkantswortels meer bevatten.)

Antwoord: ...

O5c Als $f(x) = -\sin(x) \left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)^4$

en g de afgeleide van f .

Hoeveel bedraagt $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal. Uw antwoord mag geen wortels, π , \sin , \cos , en dergelijke meer bevatten.)

Antwoord : $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$

O6c Bepaal a en b zodat de grafiek van de functie van $f(x) = 4x^3 - a - bx - 6$ een horizontale raaklijn bezit in $x = -\frac{1}{2}$ en in $x = \frac{1}{2}$ en een nulpunt in $x = -2$.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal. Uw antwoord mag geen wortels meer bevatten.)

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

O7c Als $y = ax + b$ de vergelijking van de rechte die gaat door het punt $(-1, -2)$ en die loodrecht staat op de rechte $3x + 2y - 5 = 0$. Bepaal a en b .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

O8c $\frac{17}{3} = \int_{-1}^1 (9x^3 + x^2 + 8x + 4) dx - \int_k^1 (2x^{-3}) dx$.

Bepaal de grootste waarde van k die voldoet aan bovenstaande betrekking.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal. Uw antwoord mag geen wortels, machten, π , \sin , \cos , en dergelijke meer bevatten.)

Antwoord: $k = \dots$

O9c $I = \left| \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (2 \cos(kx)) dx \right|$.

Voor welke waarde van $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ heeft I de grootste waarde?

Antwoord: $k = \dots$

O10c Bereken de oppervlakte ingesloten tussen de grafieken van de functies

$f(x) = |2x - 2|$ en $g(x) = -|2x| + 3$.

(Antwoord onder de vorm van een positieve onvereenvoudigbare breuk of een positief geheel getal.)

Antwoord: Oppervlakte = \dots

Gemeenschappelijke proef 2021
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks C - Deel 2
10 Vragen

O1c 33 studenten nemen deel aan een test met drie vragen (A, B en C).

Vier studenten hebben een juist antwoord op alle vragen.

Twee studenten hebben een juist antwoord op vraag B en C, maar niet op vraag A.

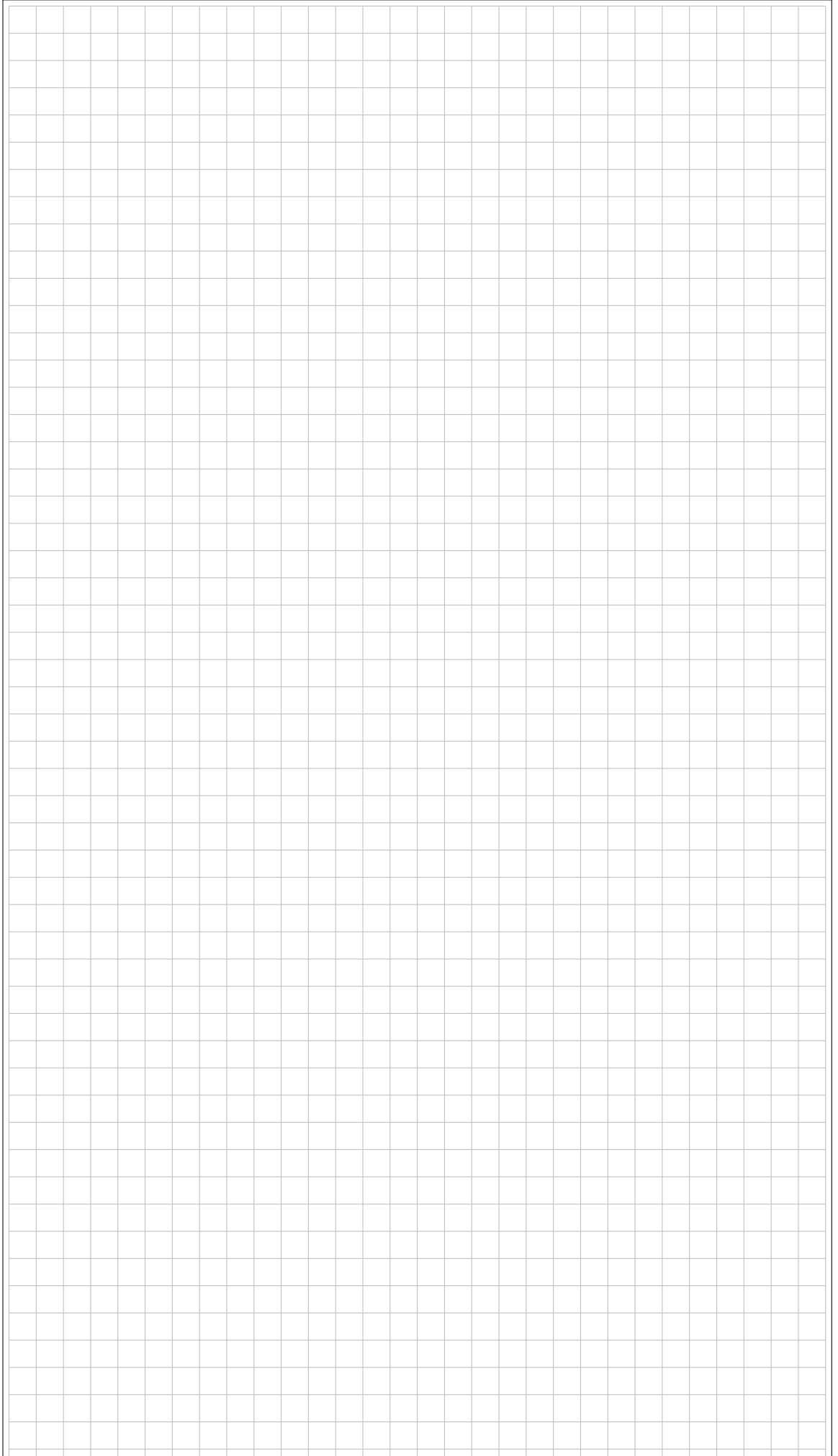
Negentien studenten hebben een juist antwoord op vraag A; hiervan hebben er 6 ook een juist antwoord op vraag C.

Achttien studenten hebben een juist antwoord op vraag B; hiervan hebben er twee geen juist antwoord op vraag A.

Tien studenten hebben geen enkel juist antwoord.

Hoeveel studenten zijn er die enkel een juist antwoord hadden voor vraag C ?

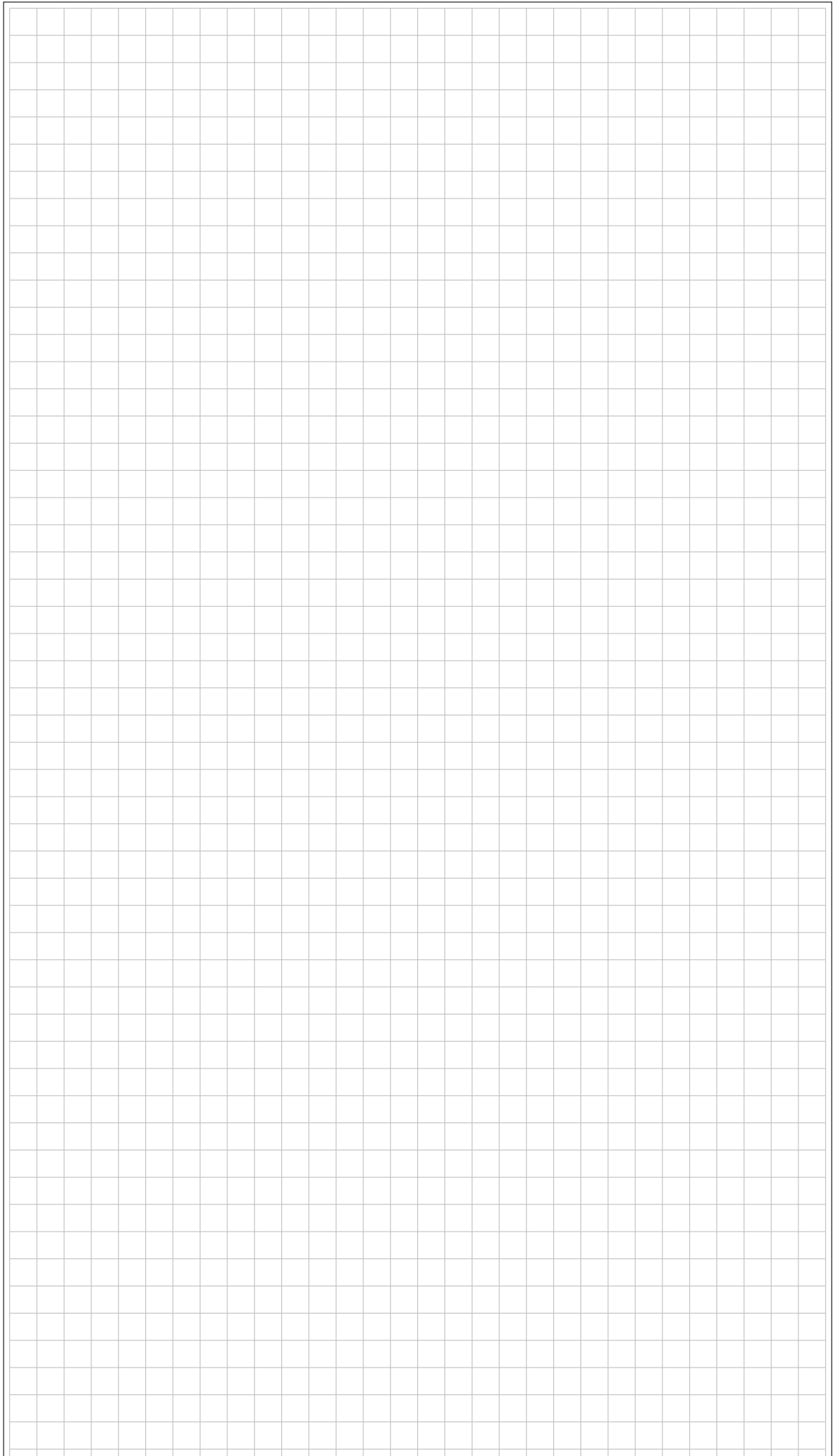
Antwoord: ...student(en)



O2c U heeft 9 muntstukken in uw bezit, waarvan er 4 muntstukken uit België, 3 muntstukken uit Nederland en 2 muntstukken uit Frankrijk komen. Indien u alle muntstukken tegelijkertijd opgooit en er maar twee opvangt in elk hand, wat is dan de kans dat u exact twee identieke muntstukken heeft in minstens één van uw handen? (Elk individueel muntstuk heeft dezelfde waarschijnlijkheid om opgevangen te worden.)

Rond uw antwoord af tot het dichtstbijzijnde geheel percent, dus zonder cijfers na de komma.

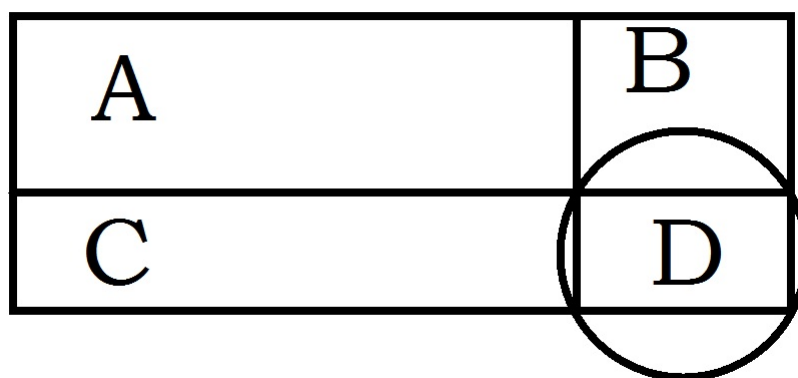
Antwoord = ...%



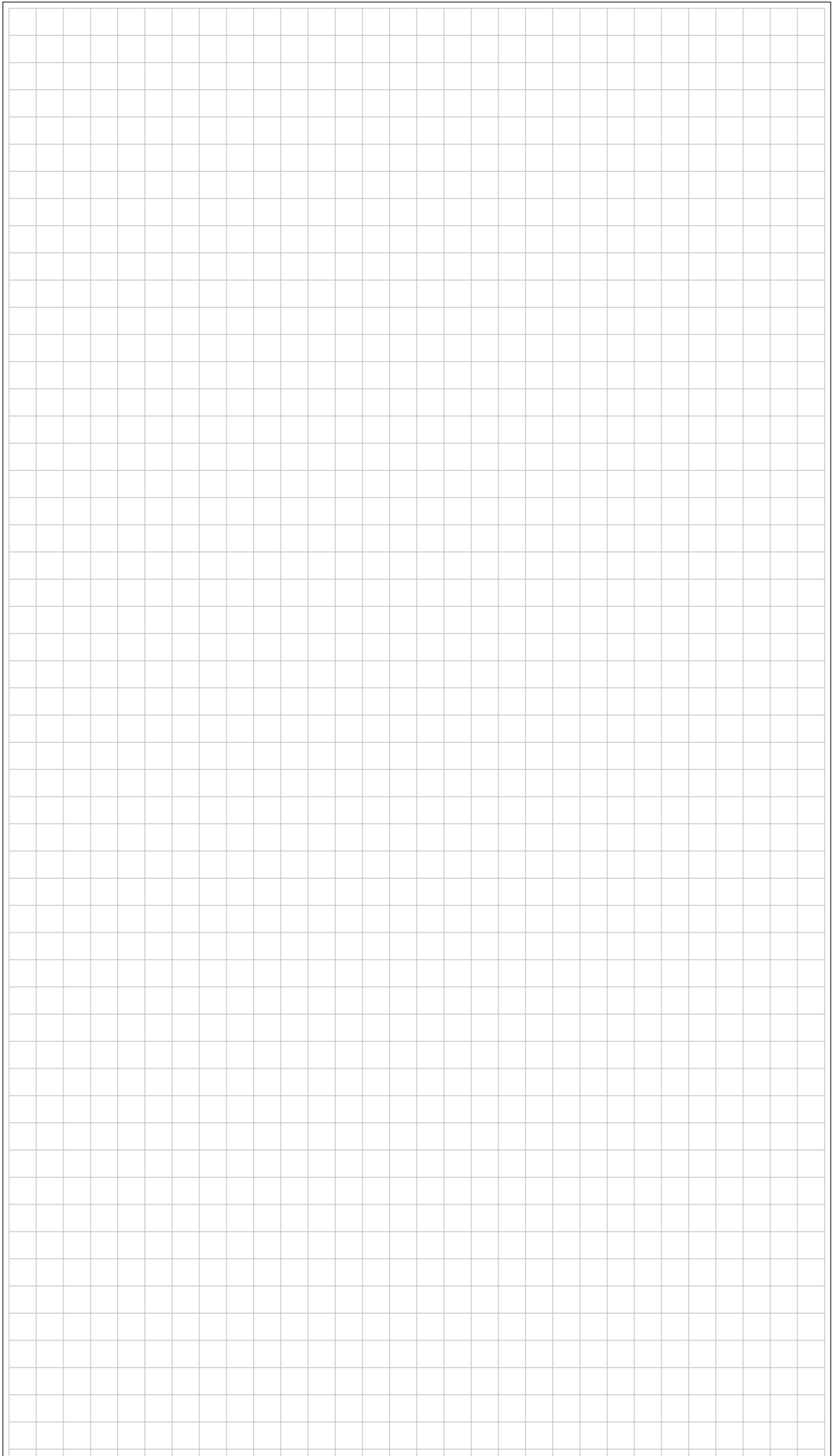
O3c We verdelen een rechthoek in vier kleinere rechthoeken, zoals aangegeven op de figuur hieronder.

Als rechthoek A een oppervlakte heeft van 12 m^2 en een omtrek van 16 m , rechthoek B een oppervlakte heeft van 54 m^2 en rechthoek C een oppervlakte heeft van 4 m^2 en een omtrek van 8 m , wat is dan de oppervlakte van de grootste cirkel die door de vier hoekpunten van rechthoek D gaat? Geef uw antwoord, uitgedrukt in vierkante meter, afgerond naar het dichtsbijzijnde geheel getal. Uw antwoord mag geen vierkantswortels of π meer bevatten.

(De figuur is niet op schaal of in verhouding.)



Antwoord = ... m^2

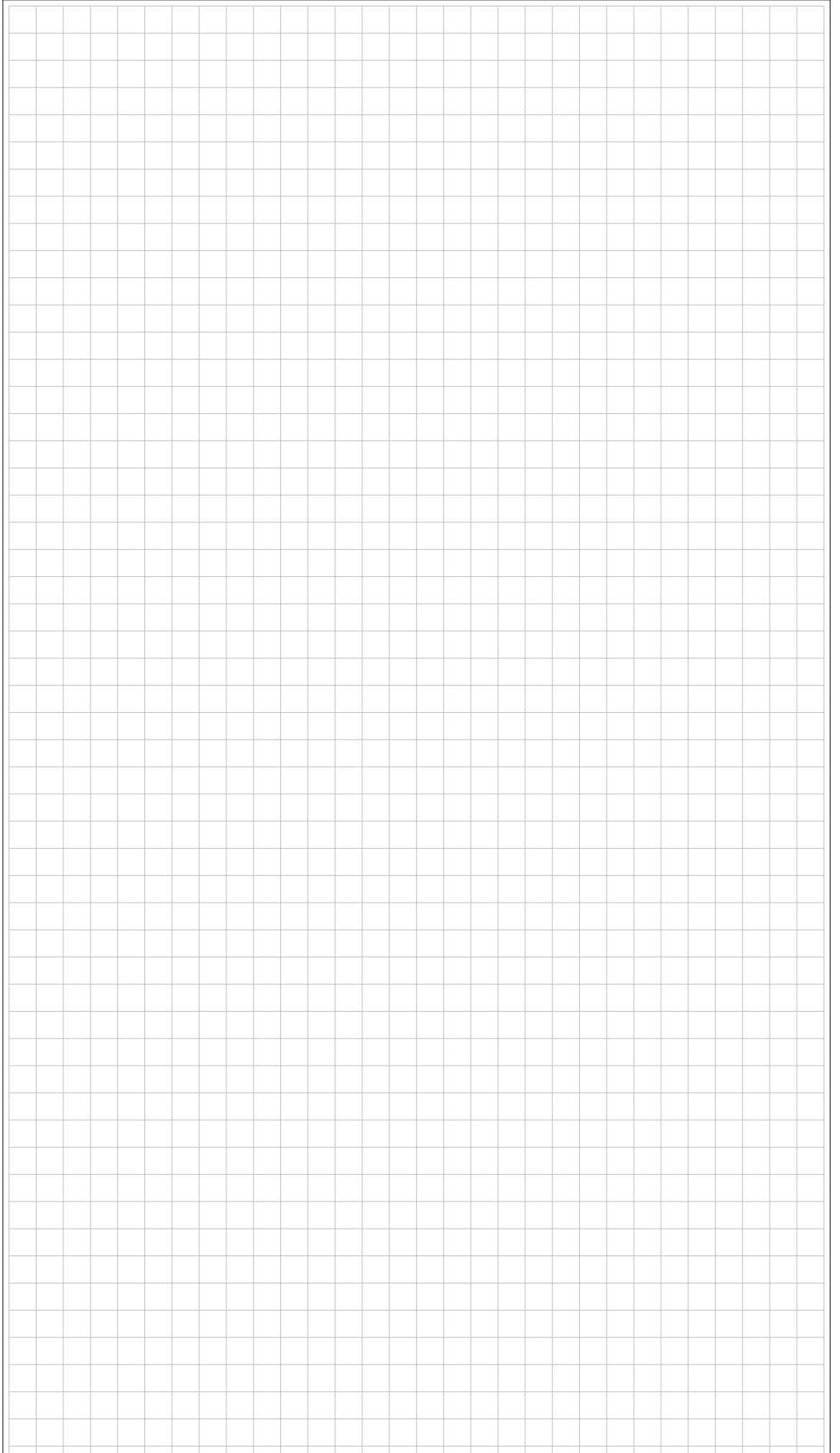


O4c Als $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x^2 + ax - 1$; wat is dan het product van de waarden van a waarvoor $f(g(2)) = 226$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.

Uw antwoord mag geen vierkantswortels meer bevatten.)

Antwoord: ...



O5c Als $f(x) = -\sin(x) \left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)^4$

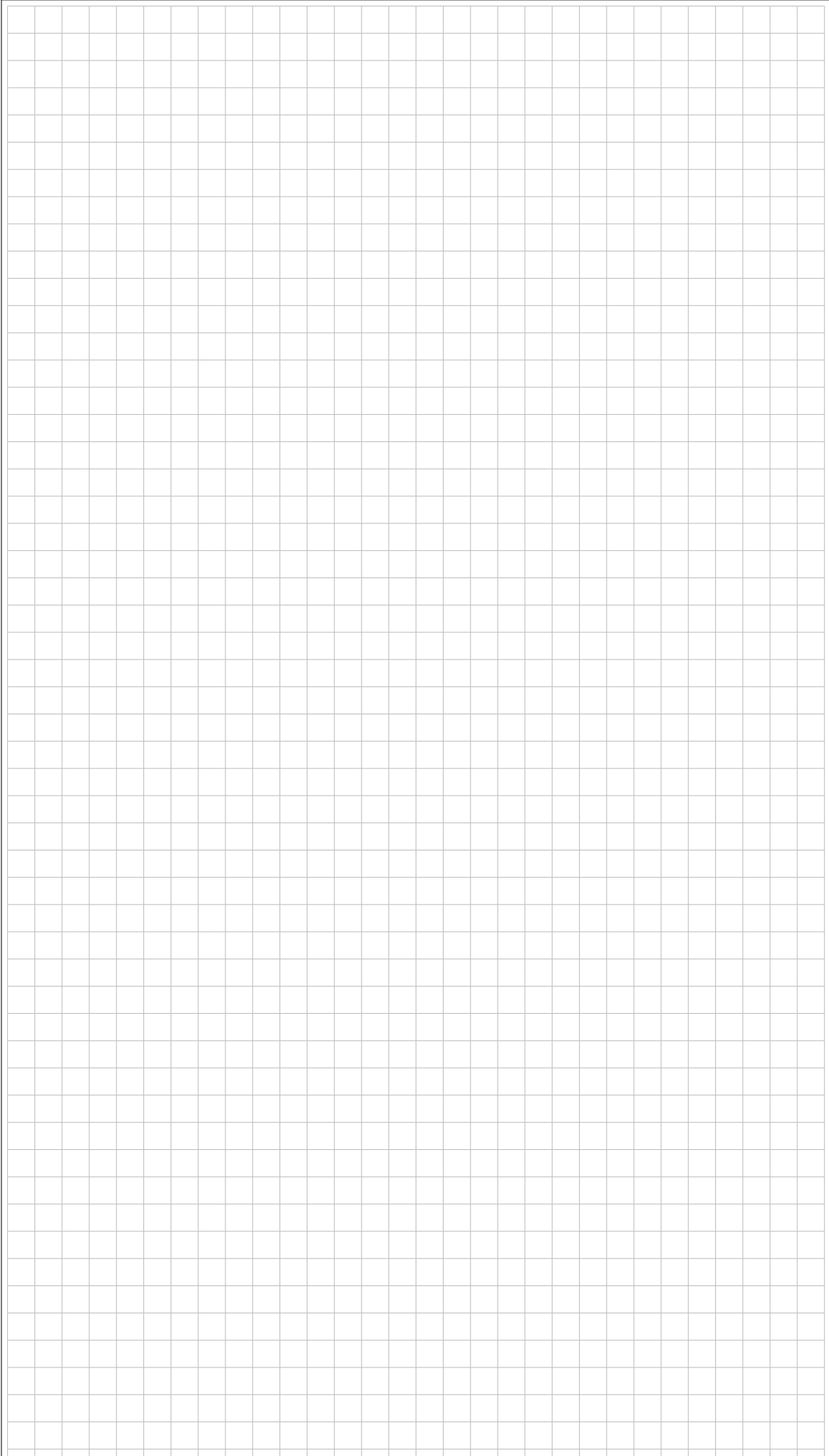
en g de afgeleide van f .

Hoeveel bedraagt $g\left(\frac{\pi}{2}\right)$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.

Uw antwoord mag geen wortels, π , sin, cos, en dergelijke meer bevatten.)

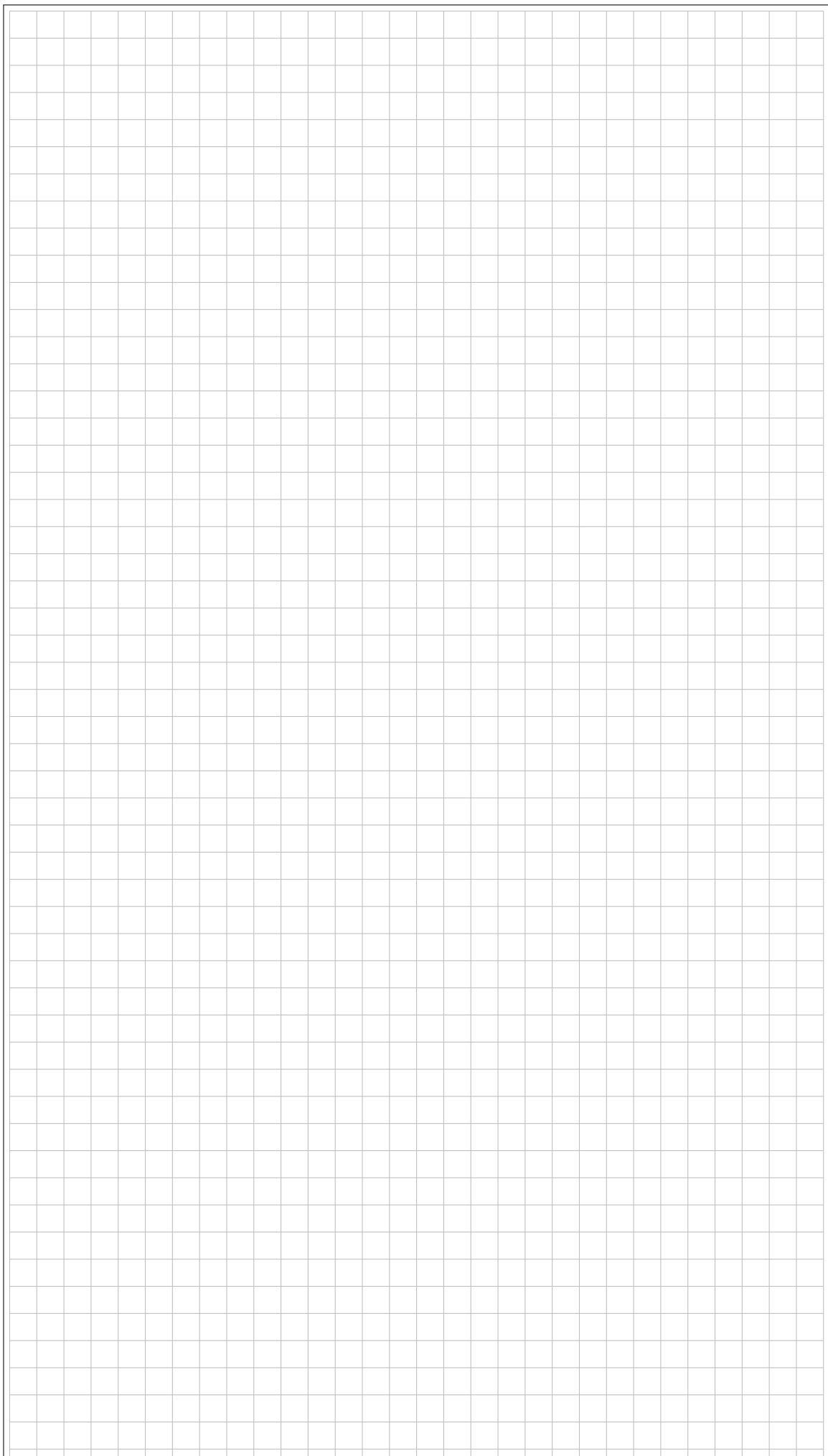
Antwoord : $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$



O6c Bepaal a en b zodat de grafiek van de functie van $f(x) = 4x^3 - a - bx - 6$ een horizontale raaklijn bezit in $x = -\frac{1}{2}$ en in $x = \frac{1}{2}$ en een nulpunt in $x = -2$.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal. Uw antwoord mag geen wortels meer bevatten.)

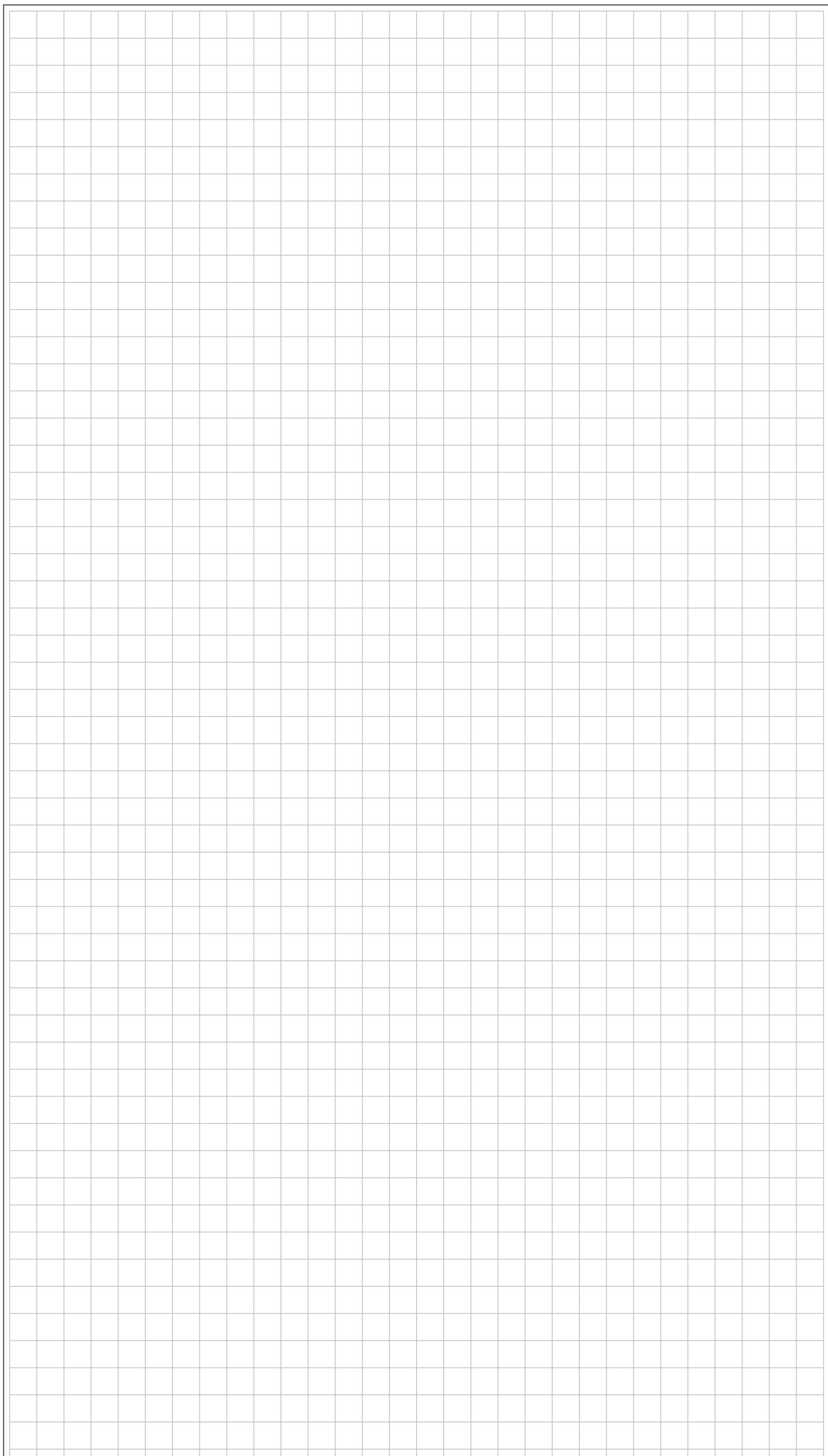
Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$



O7c Als $y = ax + b$ de vergelijking van de rechte die gaat door het punt $(-1, -2)$ en die loodrecht staat op de rechte $3x + 2y - 5 = 0$. Bepaal a en b .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$



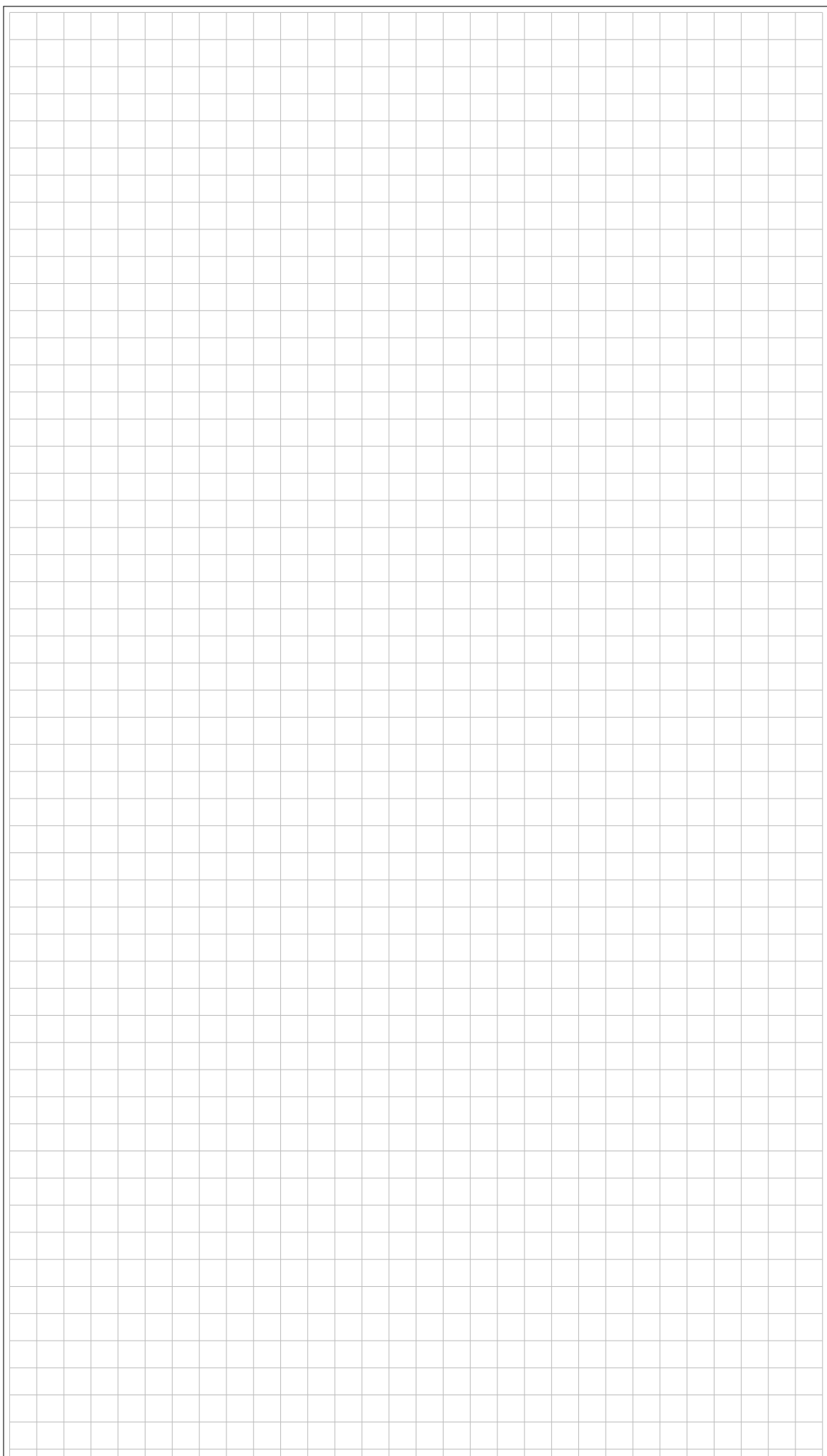
O8c $\frac{17}{3} = \int_{-1}^1 (9x^3 + x^2 + 8x + 4) \, dx - \int_k^1 (2x^{-3}) \, dx.$

Bepaal de grootste waarde van k die voldoet aan bovenstaande betrekking.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.

Uw antwoord mag geen wortels, machten, π , sin, cos, en dergelijke meer bevatten.)

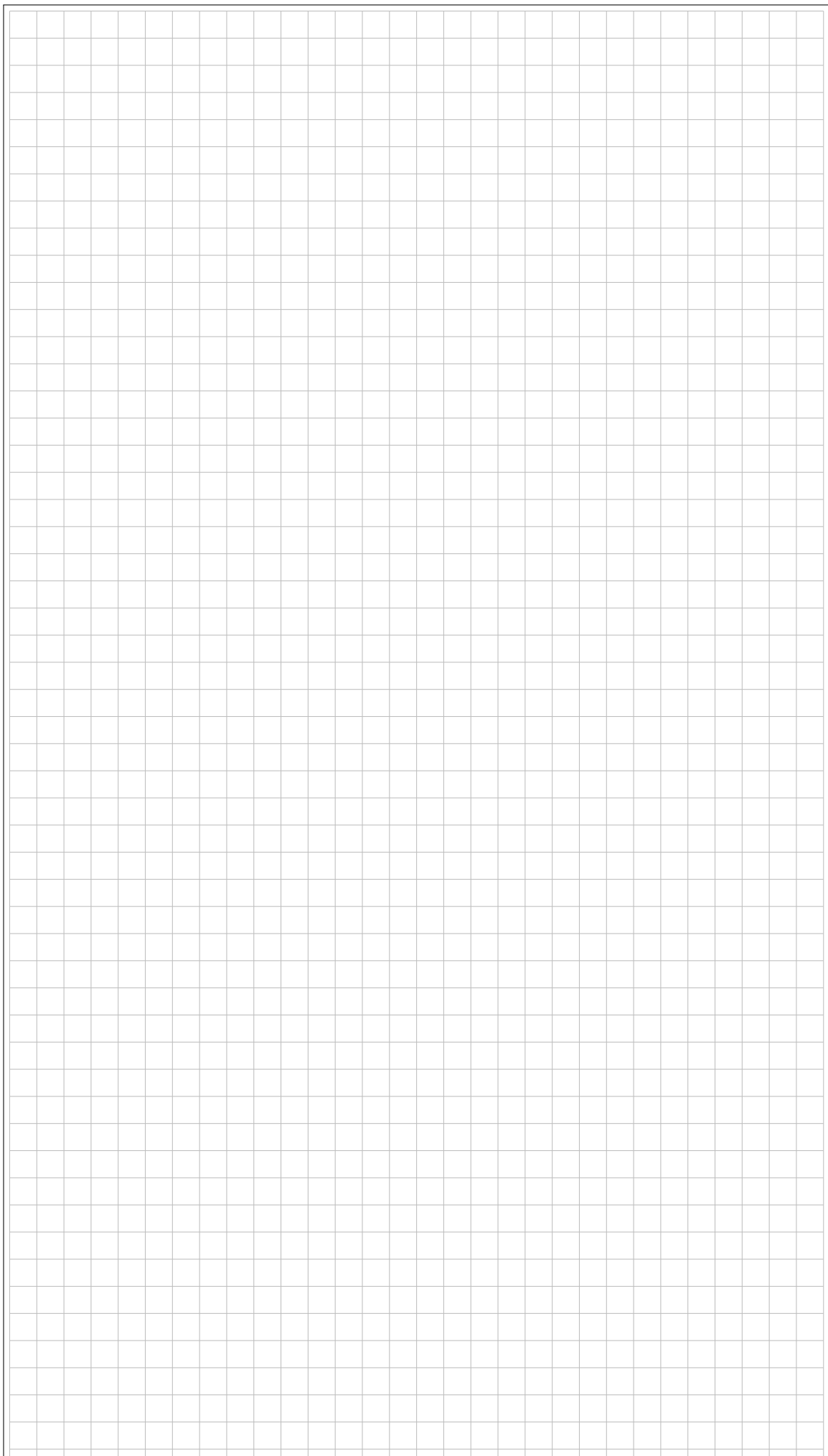
Antwoord: $k = \dots$



O9c $I = \left| \int_{\pi/2}^{3\pi/2} (2 \cos(kx)) \, dx \right|.$

Voor welke waarde van $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ heeft I de grootste waarde?

Antwoord: $k = \dots$

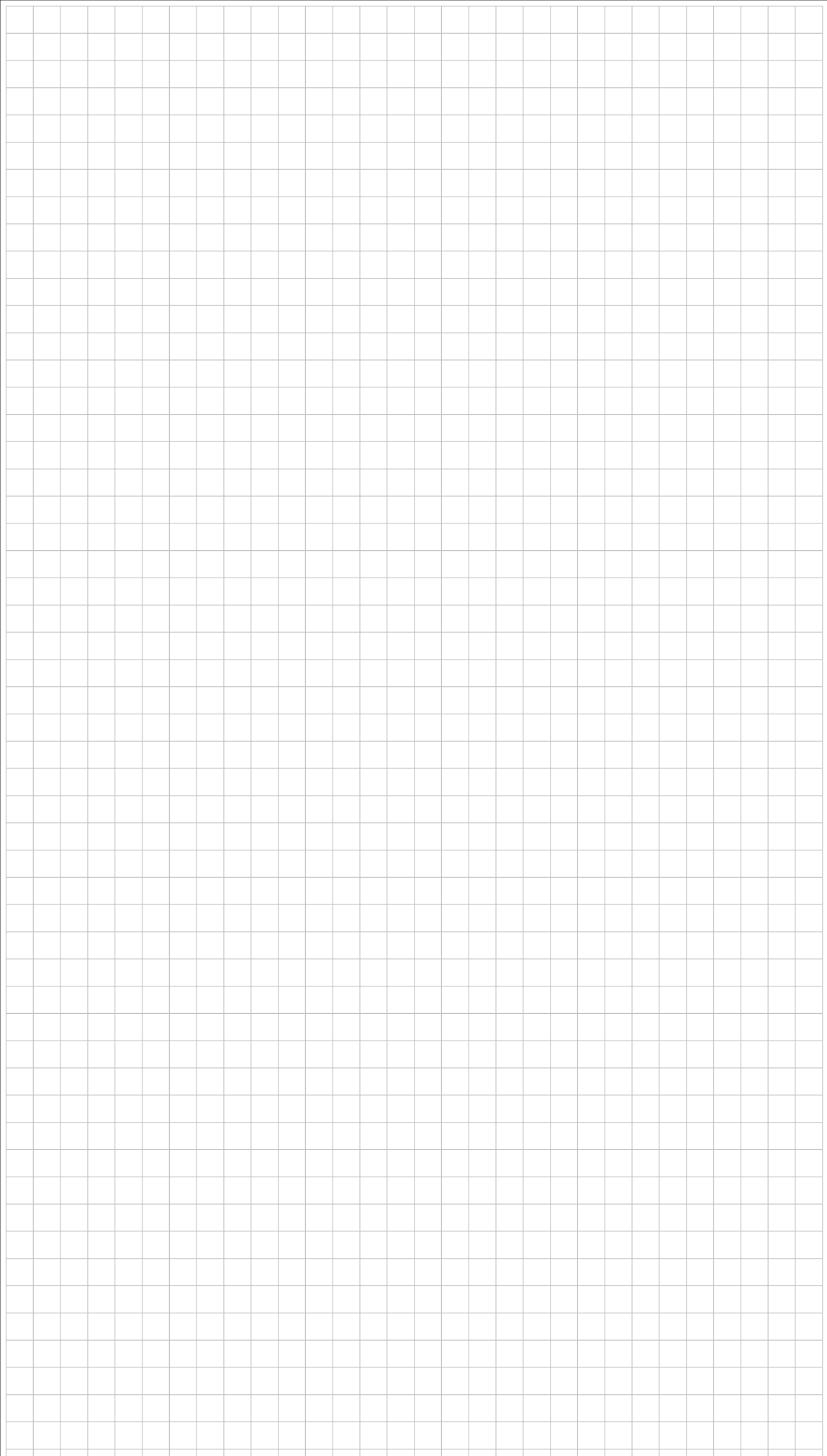


O10c Bereken de oppervlakte ingesloten tussen de grafieken van de functies

$$f(x) = |2x - 2| \text{ en } g(x) = -|2x| + 3.$$

(Antwoord onder de vorm van een positieve onvereenvoudigbare breuk of een positief geheel getal.)

Antwoord: Oppervlakte =



Oefening 1

Stel :

- B_1 : Het aantal brevetten voor Brigade 1 in 2022.
- B_2 : Het aantal brevetten voor Brigade 2 in 2022.
- B_3 : Het aantal brevetten voor Brigade 3 in 2022
- B_4 : Het aantal brevetten voor Brigade 4 in 2022

$$\begin{cases} B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 1,44 \times (1670 + 1930 + 960 + 1190) \\ B_1 = 1,3 \times 1670, \quad B_2 = 1,3 \times 1930, \quad 2B_3 = B_4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 3B_3 = 0,14.3600 + 1,44.2150$$

$$\Leftrightarrow \boxed{B_3 = 1200}$$

Brigade 3 zal over 1200 brevetten beschikken in 2022.

Oefening 2

$$2x^2 - x - 4 \leq 0$$

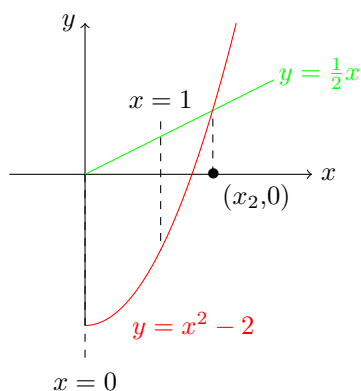
De nulpunten zijn:

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 33$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{33}}{4} \approx -1,19 > -2 \quad \text{of} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{4} \approx 1,69 < 2$$

x	x_1	-1	1	x_2			
$2x^2 - x - 4$	+	0	-	-	-	0	+

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \{0, 1\}}$$

Er zijn dus **2** natuurlijke getallen die oplossing zijn van $x^2 - 2 \leq \frac{1}{2}x$.**Oefening 3**

We gaan de getallen onder basis 3 zetten.

- 3^{27}
- $(3^3)^3 = 3^9$
- $3^{3^3} = 3^{27}$

- $27^3 = (3^3)^3 = 3^9$
- $(3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) = 3 \cdot (3^6) = 3^7$
- $((3^3) \cdot (3^3) \cdot 3^3)^3 = (3^9)^3 = 3^{27}$
- $9^{\frac{7}{2}} = (3^2)^{\frac{7}{2}} = 3^7$

⇒ Er zijn **3** verschillende getallen.

Oefening 4

- $a < 0 \Leftrightarrow f$ is concaaf naar beneden. ⇒ (A), (B) en (D)-grafieken zijn onjuist.
- $c > 0 \Leftrightarrow f$ kruist de y -as boven de x -as ⇒ (C)-grafiek is onjuist.

Een andere manier om aan te tonen dat de (C)-grafiek onjuist is, is de discriminant te berekenen. $\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow f$ heeft twee verschillende wortels \Leftrightarrow (C)-grafiek is onjuist.

⇒ grafiek (E) is de enige mogelijke grafiek van f .

Oefening 5

We bevinden ons boven de x -as bij $x = a$. ⇒ $f(a) > 0$.

De helling is afnemend bij $x = a$. ⇒ $f'(a) < 0$.

De variatie van de helling in de buurt van $x = a$ is negatief ⇒ $f''(a) < 0$.

Oefening 6

(A) $\log(5^3) = 3 \log(5) \neq (\log(5))^3$

(B) $\log(15) = \log(3) + \log(5) \neq \log(3) \log(5)$

(C) $\log(5) \neq \log(2) + \log(3) = \log(6)$

(D) $\log(5) \neq \log(2) \log(3)$

⇒ verklaringen (A), (B), (C) en (D) moeten worden geschrapt.

Oefening 7

$$\frac{1}{3} < \overbrace{(|\tan x|)^2}^{=(\tan x)^2} < 3 = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}} < \tan x < \sqrt{3} & \text{of} \\ -\sqrt{3} < \tan x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

We stellen dat x tot $[0; 2\pi]$ behoort.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{3}, & \text{of} & \frac{7\pi}{6} < x < \frac{4\pi}{3} \\ \frac{2\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{6}, & \text{of} & \frac{5\pi}{3} < x < \frac{11\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} < 2x < \frac{2\pi}{3} & \text{of} & \frac{\pi}{3} < 2x < \frac{2\pi}{3}, & \Rightarrow \text{kwadranten 1 en 2} \\ \frac{4\pi}{3} < 2x < \frac{5\pi}{3}, & \text{of} & \frac{4\pi}{3} < 2x < \frac{5\pi}{3} & \Rightarrow \text{kwadranten 3 en 4,} \end{cases}$$

Geen te schrappen kwadranten.

Oefening 8

De cirkel heeft als centrum $(5 - k, 3 - k)$.

De afstand tussen de centrum en de y -as is $|5 - k| \leq 6$

$$\Leftrightarrow -6 \leq 5 - k \leq 6$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq k \leq 11$$

$$\Leftrightarrow \boxed{k = -1}$$

Oefening 9

$$f'(x) = 0 = 4x + 4 \Leftrightarrow \boxed{x = -1}$$

Oefening 10

De kleinste positieve x -waarden van:

$$2 \cos\left(\frac{x\pi}{4}\right) \leq \sqrt{3}$$

komt overeen met de oplossing te zoeken van

$$\begin{aligned} 2 \cos\left(\frac{x\pi}{4}\right) &= \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow \frac{x\pi}{4} &= \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{2}{3}} &\quad (k = 0) \end{aligned}$$

Oefening 11

P_i is de kans dat de 3 dobbelstenen de getallen in de tabel hieronder beantwoorden. De lijnen omvatten alle gevallen waarvoor het verschil tussen de twee dobbelstenen maximum 1 is.

D_1	D_2	D_3	P_i
1	1	1,2	$\frac{2}{6^3}$
1	2	1,2	$\frac{2}{6^3}$
2	1	1,2	$\frac{2}{6^3}$
2	2	1,2,3	$\frac{3}{6^3}$
2	3	2,3	$\frac{2}{6^3}$
3	2	2,3	$\frac{2}{6^3}$
3	3	2,3,4	$\frac{3}{6^3}$
3	4	3,4	$\frac{2}{6^3}$
4	3	3,4	$\frac{2}{6^3}$
4	4	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
4	5	4,5	$\frac{2}{6^3}$
5	4	4,5	$\frac{2}{6^3}$
5	5	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
5	6	5,6	$\frac{2}{6^3}$
6	5	5,6	$\frac{2}{6^3}$
6	6	5,6	$\frac{2}{6^3}$

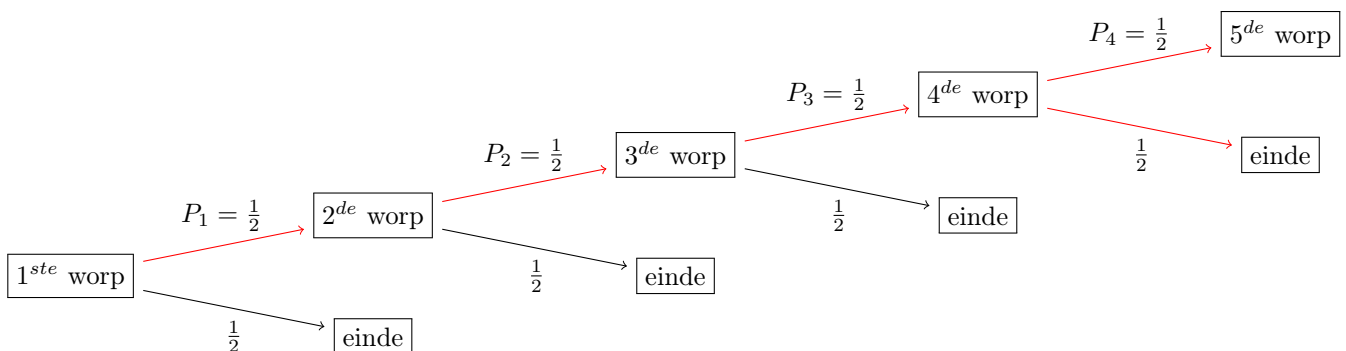
$$\boxed{P_t = \sum P_i = \frac{36}{6^3} = \frac{1}{6}}, \text{ waarbij } P_t \text{ de som is van alle kansen } P_i.$$

Oefening 12

P_i is de kans dat de 3 dobbelstenen de getallen in de tabel hieronder beantwoorden. De lijnen in de tabel bevatten alle gevallen waarvoor de som van de 3 dobbelstenen strikt groter is dan 10.

D_1	D_2	D_3	P_i
1	4	6	$\frac{1}{6^3}$
1	5	5,6	$\frac{2}{6^3}$
1	6	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
2	3	6	$\frac{1}{6^3}$
2	4	5,6	$\frac{2}{6^3}$
2	5	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
2	6	3,4,5,6	$\frac{4}{6^3}$
3	2	6	$\frac{1}{6^3}$
3	3	5,6	$\frac{2}{6^3}$
3	4	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
3	5	3,4,5,6	$\frac{4}{6^3}$
3	6	2,3,4,5,6	$\frac{5}{6^3}$
4	1	6	$\frac{1}{6^3}$
4	2	5,6	$\frac{2}{6^3}$
4	3	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
4	4	3,4,5,6	$\frac{4}{6^3}$
4	5	2,3,4,5,6	$\frac{5}{6^3}$
4	6	1,2,3,4,5,6	$\frac{6}{6^3}$
5	1	5,6	$\frac{2}{6^3}$
5	2	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
5	3	3,4,5,6	$\frac{4}{6^3}$
5	4	2,3,4,5,6	$\frac{5}{6^3}$
5	5	1,2,3,4,5,6	$\frac{6}{6^3}$
5	6	1,2,3,4,5,6	$\frac{6}{6^3}$
6	1	4,5,6	$\frac{3}{6^3}$
6	2	3,4,5,6	$\frac{4}{6^3}$
6	3	2,3,4,5,6	$\frac{5}{6^3}$
6	4	1,2,3,4,5,6	$\frac{6}{6^3}$
6	5	1,2,3,4,5,6	$\frac{6}{6^3}$
6	6	1,2,3,4,5,6	$\frac{6}{6^3}$

$P_t = \sum P_i = \frac{108}{6^3} = \frac{1}{2}$, waarbij P_t de som is van de kansen P_i .



De gezochte P -probaliteit is dus:

$$P = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}$$

Oefening 13

$$f(g(2)) = f(2b_2 + 3) = (2b_2 + 3)^2 + 1 = 226$$

$$\Leftrightarrow 4b_2^2 + 12b_2 + 10 = 226$$

$$\Leftrightarrow b_2^2 + 3b_2 - 54 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-54) = 225 = 15^2$$

$$\Leftrightarrow b_2 = \frac{-3-15}{2} = -9 \text{ of } b_2 = \frac{-3+15}{2} = 6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{b_2 = -9}$$

Oefening 14

$$g(x) = f'(x) = \sin x \cdot (\sin(\frac{x}{2}))^4 - 4 \cos x \cdot (\sin(\frac{x}{2}))^3 \cdot \cos(\frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow g(\frac{\pi}{2}) = 1 \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2})^4 - 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{g(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{4}}$$

Oefening 15

$$f'(x) = 6x^2 + 2x + c$$

$$f'(2) = 0 = 28 + c$$

$$\Leftrightarrow \boxed{c = -28}$$

Oefening 16

Laten we C bepalen:

$$f(-1) = 2 = 5 + 1 - C + 1 = 7 - C$$

$$\Leftrightarrow C = 5.$$

Het product van de hellingen van twee loodrecht op elkaar staande rechten in een punt is -1 .

$$f'(x) = -15x^2 + 2x + 5. \text{ In } x = 1, \text{ is de helling : } f'(1) = -8.$$

$$\Leftrightarrow -8a = -1, \text{ (de helling van } y = ax + b \text{ is } a)$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{8}.$$

Het punt $(1, f(1) = 2)$ hoort bij de rechte $y = ax + b$.

$$\Leftrightarrow 2 = a + b.$$

$$\Leftrightarrow \boxed{b = \frac{15}{8}}$$

Oefening 17

$$24 = \int_{-k}^k (\frac{6}{k}x^2 + 3x + k)dx = 2 \int_0^k (\frac{6}{k}x^2 + k)dx, \quad (\text{de functies } 3x \text{ en } \frac{6}{k}x^2 + k \text{ zijn respectievelijk oneven en even}).$$

$$\Leftrightarrow 24 = 2[\frac{2}{k}x^3 + kx]_0^k$$

$$\Leftrightarrow k = \pm 2, \Leftrightarrow \boxed{k=2}$$

Oefening 18

$$2 = \int_{-\pi}^{\pi} 2k \sin(kx + \frac{\pi}{2})dx$$

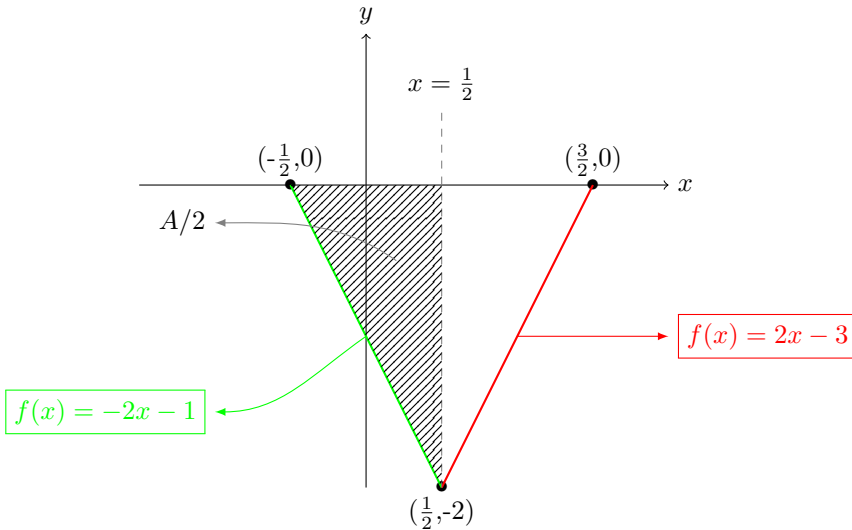
$$\Leftrightarrow 1 = -[\cos(kx + \frac{\pi}{2})]_{-\pi}^{\pi}$$

$$\Leftrightarrow 1 = -[\cos(k\pi + \frac{\pi}{2}) - \cos(-k\pi + \frac{\pi}{2})] = -[-\sin(k\pi) - \sin(k\pi)] = 2 \sin(k\pi)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} + 2m\pi = k\pi, & m \in \mathbb{Z} \\ \frac{5\pi}{6} + 2m\pi = k\pi, & m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Voor $m = 0 \Leftrightarrow \boxed{k = \frac{5}{6}}$

Oefening 19

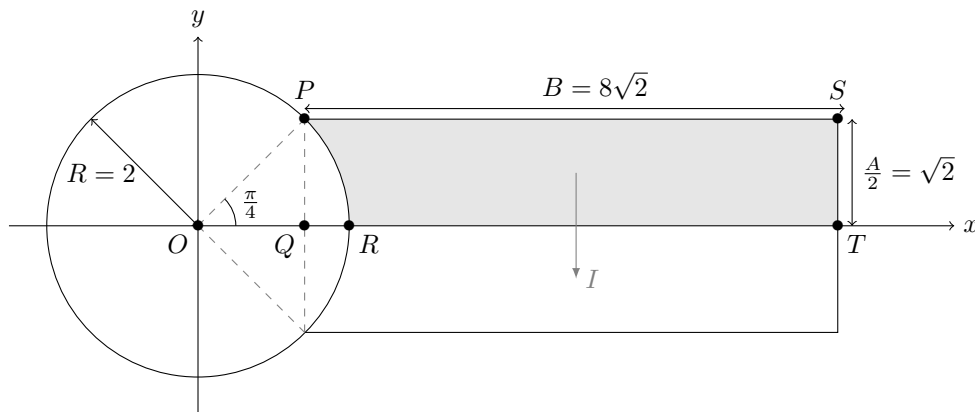


$$A = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} (|2(x-1)+1| - 2) dx = 2 \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} (2x-3) dx$$

$$\Leftrightarrow A = 2[x^2 - 3x]_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} = 2[(\frac{9}{4} - \frac{9}{2}) - (\frac{1}{4} - \frac{3}{2})] = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{|A|=2}$$

Oefening 20



- Oppervlakte van de $PQTS$ rechthoek

$$PQTS = \frac{AB}{2} = 216$$

- Oppervlakte van de OPR kromlijnige driehoek

$$OPR = \frac{\pi}{8} * R^2 = \frac{\pi}{2}$$

- Oppervlakte van de OPQ driehoek

$$OPQ = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = 1$$

- Oppervlakte van de PQR kromlijnige driehoek

$$PQR = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$\Leftrightarrow I = \frac{AB}{2} - (\frac{\pi}{2} - 1) = 17 - \frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow 20I = 20(17 - \frac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow \boxed{20I \approx 309 \text{ m}^2}$$

Gemeenschappelijke proef 2022
Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie
Reeks A
20 Vragen

- De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
 - Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
 - De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 0 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 5 punten.
 - Een blanco antwoord of fout antwoord verandert uw resultaat niet.
 - Antwoorden op het antwoordblad.
-

1) Aantal uitgereikte brevetten per brigade in 2021.

	2021
Brigade 1	1670
Brigade 2	1930
Brigade 3	960
Brigade 4	1190

In 2021 werd voorspeld dat in 2022 het totale aantal brevetten uitgereikt, voor de vier brigades samen, zou stijgen met 44% ten opzichte van 2021. In zowel Brigade 1 als in Brigade 2 verwacht men voor 2022 een stijging van 30%. In 2022 zullen er in Brigade 4 dubbel zoveel brevetten worden uitgereikt als in Brigade 3. Hoeveel brevetten worden er in 2022, volgens deze schatting, uitgereikt in Brigade 3 ?

Antwoord: ...brevetten

2) Hoeveel natuurlijke getallen zijn oplossingen van
 $x^2 - 2 \leq \frac{1}{2}x$?

Antwoord: ...

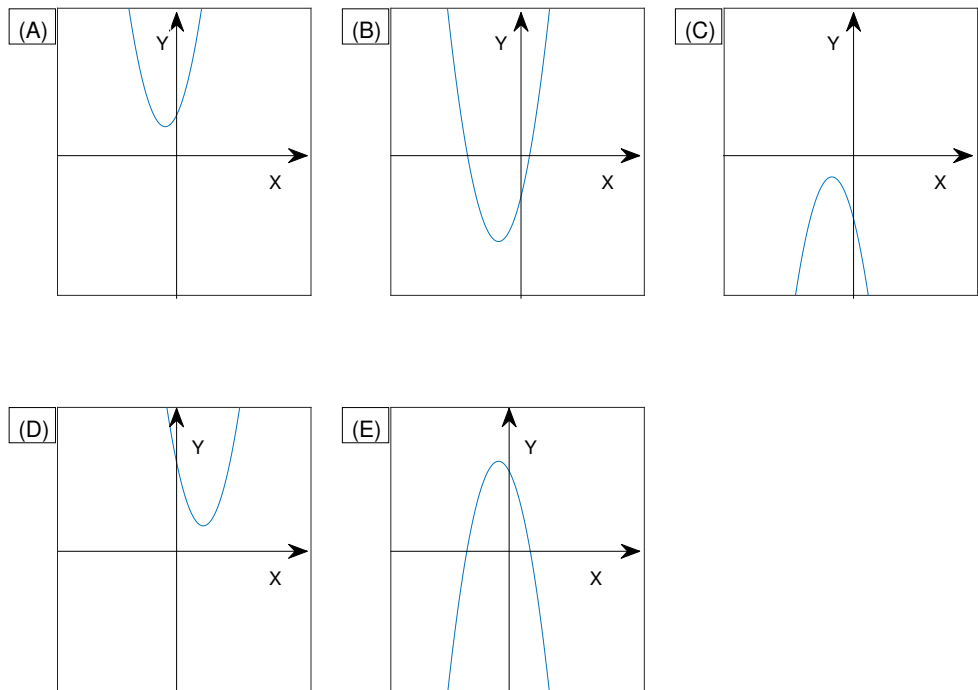
3) Hoeveel verschillende getallen staan er in onderstaande lijst (na uitrekening)?

2

- 3^{27}
- $(3^3)^3$
- $3^{(3^3)}$
- 27^3
- $(3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3) + (3^3) \cdot (3^3)$
- $(3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3)^3$
- $9^{\frac{7}{2}}$

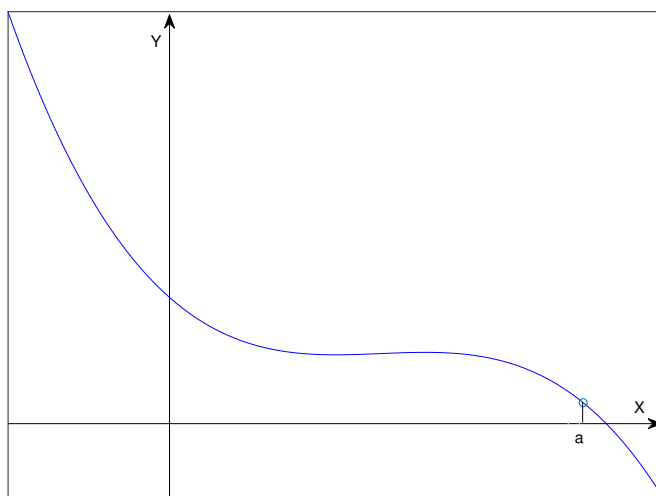
Antwoord: ...

- 4) Welke van de volgende parabolen is de grafiek van een functie $f(x) = ax^2 + bx + c$ waarvoor geldt dat $a < 0, b < 0, c > 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) ?



Antwoord: ...

- 5) Beschouw de grafiek van de functie $y = f(x)$ in de figuur hieronder.



Vul onderstaande tabel aan met “>” of “<”.

Antwoord:

$f(a) \dots 0$
$f'(a) \dots 0$
$f''(a) \dots 0$

(Hierbij is f' de eerste afgeleide van f en f'' de tweede afgeleide van f , i.e. de afgeleide van f' .)

6) Beschouw volgende uitspraken.

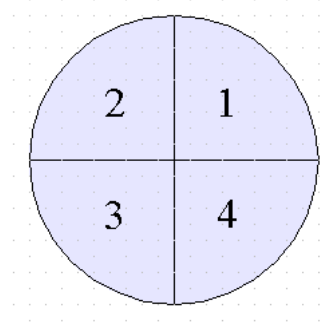
- A) $\log_{10}(5^3) = (\log_{10}(5))^3$
- B) $\log_{10}(15) = \log_{10}(5) \log_{10}(3)$
- C) $\log_{10}(5) = \log_{10}(2) + \log_{10}(3)$
- D) $\log_{10}(5) = \log_{10}(2) \log_{10}(3)$

Schrap de foute uitspraken in de tabel hieronder.

Antwoord:

A	B	C	D
---	---	---	---

7) Indien $\frac{1}{3} < (|\tan(x)|)^2 < 3$, schrap dan de kwadranten waartoe $2x$ kan behoren in de tabel hieronder.



Antwoord:

1	2	3	4
---	---	---	---

- 8) Beschouw de volgende vergelijking van een cirkel: $(x - 5 + k)^2 + (y - 3 + k)^2 = 36$.
Wat is de kleinste waarde van k zodat die cirkel een raakpunt of snijpunten met de y -as heeft ?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $k = \dots$

- 9) Zij $f(x) = 2x^2 + 4x + \frac{1}{2}$.

Geef de grootste waarde van x waarvoor $f(x)$ een extremum (maximum of minimum) bereikt.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $x = \dots$

- 10) Geef de kleinste strikt positieve waarde van x die voldoet aan

$$2 \cos\left(\frac{x\pi}{4}\right) = \sqrt{3}.$$

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $x = \dots$

- 11) U heeft 3 dobbelstenen met zes zijden. Indien u alle dobbelstenen rolt, wat is dan de kans dat de waarde van geen enkele dobbelsteen meer dan één eenheid verschilt van alle andere dobbelstenen, wetende dat elke zijde dezelfde waarschijnlijkheid heeft?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: \dots

- 12) U heeft 3 dobbelstenen met zes zijden. U gooit alle dobbelstenen. Indien de som van de waarden van alle dobbelstenen groter is dan 10, gooit u opnieuw, zoniet stopt u. Wat is de kans dat u meer dan driemaal moet gooien alvorens te stoppen, wetende dat elke zijde dezelfde waarschijnlijkheid heeft?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: \dots

13) Gegeven:

- $a_1 = 1, b_1 = 0, c_1 = 1, a_2 = 1, c_2 = -1,$
- $f(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1,$
- $g(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2.$

Wat is dan de kleinste waarde van b_2 waarvoor $f(g(2)) = 226$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.

Uw antwoord mag geen vierkantswortels meer bevatten.)

Antwoord: $b_2 = \dots$

14) Gegeven:

- $f(x) = -\cos(x) \left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)^4$
- g is de afgeleide van f .
- $k = 1$

Hoeveel bedraagt $g\left(\frac{k\pi}{2}\right)$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.

Uw antwoord mag geen wortels, π , \sin , \cos , en dergelijke meer bevatten.)

Antwoord: \dots

15) Gegeven:

- $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
- $a = 2, b = 1, d = 1$

Wat is de grootste waarde van c waarvoor de grafiek van $f(x)$ een horizontale raaklijn bezit in $x = 2$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.

Uw antwoord mag geen wortels meer bevatten.)

Antwoord: $c = \dots$

16) Als

- $f(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$
- $A = -5, B = 1, D = 1$
- de grafiek van $f(x)$ door het punt $(-1, 2)$ gaat
- $y = ax + b$ de vergelijking is van de rechte die loodrecht staat op de raaklijn van $f(x)$ in $x = 1$

bepaal dan b .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $b = \dots$

17) Als

- $f(x) = \frac{a}{k}x^2 + bx + k$
- $c = \int_{-k}^k f(x) dx$
- $a = 6, b = 3, c = 24$

bepaal dan de grootste waarde van k .

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $k = \dots$

18) Als

- $f(x) = a \cdot k \cdot \sin(kx + b)$
- $c = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$
- $a = 2, b = \frac{\pi}{2}, c = 2$

bepaal dan de grootste waarde van k die kleiner is dan 1.

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

Antwoord: $k = \dots$

19) Zij A de oppervlakte die onderaan begrensd wordt door de grafiek van de functie

$$f(x) = |k(x - 1) + 1| - 2$$

en bovenaan begrensd wordt door de x -as.

Hoeveel is de (positieve) waarde van A wanneer $k = 2$?

(Antwoord onder de vorm van een onvereenvoudigbare breuk of een geheel getal.)

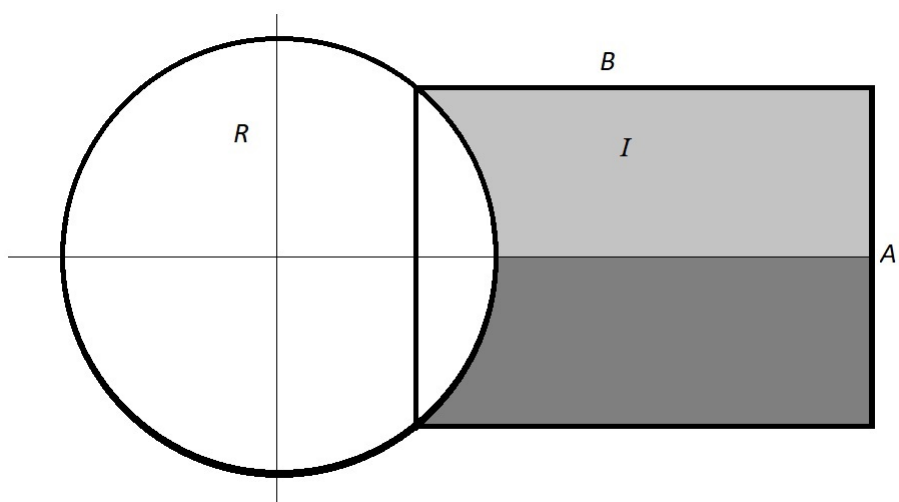
Antwoord: $A = \dots$

20) Op de figuur hieronder ziet u een cirkel met straal R en een rechthoek met zijden die respectievelijk A en B lang zijn. Twee van de hoekpunten van de rechthoek liggen op de cirkel.

De lichtgrijze oppervlakte is identiek aan de donkergrijze oppervlakte en wordt aangeduid met I .

Indien u weet dat $A^2 = 2R^2$, $B = 4A$ en $R = 2$, hoeveel bedraagt dan twintigmaal I , afgerond naar het dichtsbijzijnde geheel getal?

(Gebruik $\pi = 3,14$ voor uw berekeningen.)



Antwoord: 20 $I = \dots$

- Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan.
 - De antwoorden op de vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 0 op 20.
 - Een juist antwoord geeft u 1 punt.
 - Een blanco antwoord of fout antwoord verandert uw resultaat niet.
 - Schrijf uw antwoorden op het antwoordblad.
 - **Elk antwoord dient te worden geschreven als een geheel getal of een onvereenvoudigbare breuk of als een hoofdletter.**
-

1. Alice en Bob rijden in rechte lijn en met constante snelheid van punt A naar punt B.

Alice rijdt aan 60 km/u.

Bob rijdt aan 80 km/u.

Alice en Bob komen gelijktijdig aan in punt B, 36 minuten na het vertrek van Bob in punt A. Het is op dat moment 12u48.

Om welk tijdstip is Alice precies vertrokken?

Antwoord: ... u ...

2. Een blad papier is 0,1 mm dik. Welke dikte zou je bekomen als je het 10 maal dubbel zou vouwen? (Afronden naar de dichtstbijzijnde mm)

Antwoord: ... mm

3. Gegeven: $3 \log(4) - 5 \log(2) = a \log(2^b)$

Het logaritme hierboven gebruikt basis 10.

Gevraagd: $a \cdot b$

Antwoord: $a \cdot b = \dots$

4. Gevraagd: de kleinste positieve waarde van x (in graden) waarvoor $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = -1$

Antwoord: $x = \dots^\circ$

5. Gegeven:

- $f(x) = \frac{(x-2)^2}{(x+5)^3}$

- g is de afgeleide van f

Gevraagd: $g(-2)$

Antwoord: $g(-2) = \dots$

6. Gegeven:

- $f(x) = \frac{4x^3+5}{x}$
- $y = ax + b$ is de vergelijking van de normaal¹ aan de grafiek van f in het punt $(-1, f(-1))$

Gevraagd: Bepaal a en b .

Antwoord: $a = \dots$, $b = \dots$

7. Welk van de volgende vijf getallen is geen rationaal getal ?

- A) $24^{\frac{0}{1}}$
- B) $25^{\frac{1}{2}}$
- C) $27^{\frac{2}{3}}$
- D) $30^{\frac{3}{4}}$
- E) $32^{\frac{4}{5}}$

Antwoord: ...

8. Hoeveel bedraagt de rest van de volgende veeltermdeling: $\frac{x^2+3x+4}{2x+1}$?

Antwoord: ...

9. Indien $\int_0^2 x^3 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} a \cos(x) dx$, wat is dan de waarde van a ?

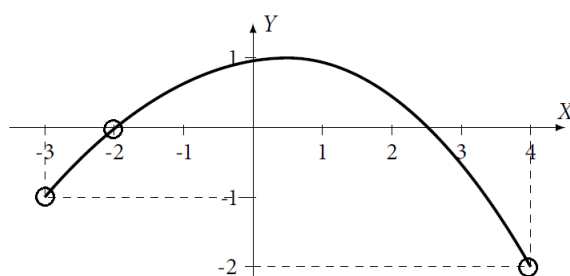
Antwoord: $a = \dots$

10. Drie werkmensen hebben een gemeenschappelijke opdracht. De eerste alleen zou er 3 uren over doen, de tweede werkt dubbel zo snel dan de eerste en de derde drie keer zo snel dan de eerste. Hoeveel tijd (uitgedrukt in uren) zouden ze nodig hebben indien ze zouden samenwerken?

Antwoord: ... uur.

11. Als $f(x) = ax^2 + bx + c$ en de grafiek van f wordt gegeven op onderstaande figuur, hoeveel bedraagt $\int_{-1}^3 f(x) dx$?

¹De normaal is de rechte die loodrecht staat op de raaklijn.



Antwoord: ...

12. U heeft 12 muntstukken in uw bezit, waarvan 5 muntstukken uit België zijn, 3 muntstukken uit Nederland zijn en 4 muntstukken uit Frankrijk zijn. Alle muntstukken van een zelfde land worden als identiek beschouwd. Indien u alle muntstukken tegelijkertijd opgooit en er maar drie opvangt, wat is dan de kans dat u drie muntstukken heeft die niet allemaal identiek zijn?
(Elk individueel muntstuk heeft dezelfde waarschijnlijkheid om opgevangen te worden.)

Antwoord: ...

13. Een voetbaltoernooi wordt gespeeld tussen 12 ploegen. Er zijn 3 poules² van 4 ploegen. In een poule speelt elke ploeg éénmaal tegen elke andere ploeg van dezelfde poule. De winnaars van elke poule creëren een nieuwe poule en spelen vervolgens éénmaal tegen elke andere ploeg van die nieuwe poule, wat tot de winnaar leidt. Hoeveel matches heeft de winnende ploeg gespeeld?

Antwoord: ...

14. Bepaal de positieve waarde van A zodanig dat $3 \sin x + 4 \cos x = A \cos(x + \phi)$, waarbij ϕ de waarde van een hoek is die u niet hoeft te bepalen.

Antwoord: $A = \dots$

15. Bereken de oppervlakte ingesloten tussen de kromme $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ en de x -as. (Alle oppervlaktes worden hier als positief geteld.)

Antwoord: ...

16. Splits het getal 12 in twee positieve delen x en y (i.e. $x + y = 12$) zodat $(x^2 + y^2)$ minimaal is. Bereken $x \cdot y$.

Antwoord: $x \cdot y = \dots$

²Een poule is een competitievorm waarbij meer dan twee teams of spelers tegen elkaar strijden. Een groep van teams heet dan een poule.

17. Wat is de kleinste positieve waarde van x waarvoor geldt dat

$$4 \cos x - \frac{5}{\cos x} = 4 \tan x ?$$

Converteer uw antwoord naar graden.

Antwoord: $x = \dots^\circ$

18. Indien $f''(x) = 30x^4 + 12x$ en $f'(1) = 14$, hoeveel bedraagt dan $f(1) - f(-1)$?

(Hierbij is f' de eerste afgeleide van f en f'' de tweede afgeleide van f , i.e. de afgeleide van f' .)

Antwoord: $f(1) - f(-1) = \dots$

19. Gegeven: $f(x) = x^3 + 6x^2 - 2x - 12$

Zij s de som van de wortels en p het product van de wortels. Hoeveel bedraagt $\frac{s}{p}$?

Antwoord: \dots

20. Gegeven: $f(x) = -2x^3 + kx^2 - 36x + 15$

Bepaal k zodat f een extremum bereikt voor $x = 3$ en geef de aard van het extremum.

Antwoorden:

$k = \dots$

Extremum = maximum/minimum (schrappen wat niet past)

Oefening 1

Gegeven:

- T_0 : het tijdstip waarop Alice vertrok van punt A .
- d : de afstand tussen A en B .
- t_A en t_B : de reisduur van Alice en Bob respectievelijk.
- v_A en v_B : de snelheden van Alice en Bob respectievelijk.

Laten we de afstand d berekenen met behulp van de gegevens van Bob.

$$d = 0,6 \cdot v_B = 48 \text{ km}$$

Bereken vervolgens t_A met behulp van de gegevens van Alice.

$$t_A = \frac{d}{v_A} = 48 \text{ minuten}$$

$$\rightarrow T_0 = 12h00 (= 12h48 - t_A)$$

Oefening 2

De dikte papier is 0,1 mm. Bij elke vouw verdubbelt deze dikte. Dus na de eerste vouw wordt de dikte 0,2. Na de tweede vouw wordt de dikte 0,4 en zo verder. Om de dikte e van het blad te berekenen, kunnen we het voorstellen als een meetkundige reeks met reden $q = 2$, waarbij het eerste element $u_0 = 0,1$ is. Na 10 vouwen krijgen we $e = u_0 \cdot 2^{10} = 102,4$ mm. $\rightarrow e = 102$ mm.

Oefening 3

$$3 \log 4 - 5 \log 2 = ab \log 2$$

$$6 \log 2 - 5 \log 2 = ab \log 2$$

$$\log 2 = ab \log 2$$

$$ab = 1$$

Oefening 4

$$\tan\left(\frac{x}{2}\right) = -1$$

$$\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\rightarrow x = 270^\circ$$

Oefening 5

$$f(x) = \frac{(x-2)^2}{(x+5)^3}$$

$$g(x) = f'(x) = \frac{2(x-2)(x+5)^3 - 3(x-2)^2(x+5)^2}{(x+5)^6} = \frac{2(x-2)(x+5) - 3(x-2)^2}{(x+5)^4}$$

$$\rightarrow g(-2) = -\frac{8}{9}$$

Oefening 6

We weten dat het product van de richtingscoëfficiënt van de raaklijn bij $f(-1)$ en a gelijk is aan -1 .

$$f'(-1) = \frac{12x^2 \cdot x - 4x^3 - 5}{x^2} = -13 \rightarrow a = \frac{1}{13}. \text{ Bovendien gaat de normale lijn door het punt } (-1, f(-1)).$$

$$f(-1) = -1 \rightarrow -1 \rightarrow -1 = -a + b \rightarrow b = -\frac{12}{13}.$$

Oefening 7

Een rationaal getal is een getal dat kan worden geschreven als een breuk van twee gehele getallen.

1. $A) = 24^{0/1} = 0$

2. $B) = 25^{1/2} = 5$

3. $C) = 27^{2/3} = (3^3)^{2/3} = 9$

4. $D) = 30^{3/4} = (2 \cdot 3 \cdot 5)^{3/4}$

5. $E) = 32^{4/5} = (2^5)^{4/5} = 16$

→ D)

Oefening 8

$$x^2 + 3x + 4 = (2x + 1)\left(\frac{x}{2} + \frac{5}{4}\right) + \overbrace{\frac{11}{4}}^{\text{=Rest}}$$

Oefening 9

$$\int_0^2 x^3 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} a \cos(x) dx$$
$$\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2 = a [\sin(x)]_0^{\pi/2}$$
$$\rightarrow a = 4$$

Oefening 10

Gegeven:

- W : de taak die moet worden uitgevoerd.
- v_1, v_2, v_3 : de snelheid van de eerste, tweede en derde werknemer respectievelijk.
- t : de werktijd wanneer alle 3 werknemers samenwerken.

We weten: $v_1 = \frac{W}{3}$, $v_2 = 2v_1$, $v_3 = 3v_1$. Wanneer alle 3 werknemers samenwerken, voegen we hun werksnelheden samen:

$$v_1 + v_2 + v_3 = 6v_1 = \frac{W}{t}$$
$$t = \frac{W}{6v_1} = \frac{1}{2} \text{ h}$$

Oefening 11

Uit de grafiek van de functie f kunnen we de coëfficiënten a , b en c afleiden:

- $f(-3) = -1 = 9a - 3b + c$
- $f(-2) = 0 = 4a - 2b + c$
- $f(4) = -2 = 16a + 4b + c$

$$\rightarrow a = -\frac{4}{21}, b = \frac{1}{21}, c = \frac{6}{7}$$

$$\int_{-1}^3 \left(-\frac{4}{21}x^2 + \frac{1}{21}x + \frac{6}{7}\right) dx = \left[-\frac{4}{3 \cdot 21}x^3 + \frac{1}{2 \cdot 21}x^2 + \frac{6}{7}x\right]_{-1}^3 = \dots = \frac{116}{63}$$

Oefening 12

Laten we de waarschijnlijkheid P_B berekenen om 3 Belgische munten te krijgen. Voor de eerste gepakte munt hebben we een kans van $\frac{5}{12}$ om een Belgische munt te hebben. Voor de tweede munt hebben we een kans van $\frac{4}{11}$ om een Belgische munt te hebben. En tenslotte, voor de laatste munt hebben we logischerwijs een kans van $\frac{3}{10}$ om een Belgische munt te hebben.

De waarschijnlijkheid P_B om zo'n scenario te krijgen is dus: $P_B = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10}$

Voor de 2 andere landen krijgen we door dezelfde redenering te volgen:

- $P_{PB} = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10}$, voor de munten van Nederland.
- $P_F = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10}$, voor de munten van Frankrijk.

Door deze 3 gevallen op te tellen, krijgen we de waarschijnlijkheid om 3 identieke munten te krijgen: $P_B + P_{PB} + P_F = \frac{3}{44}$. Nu willen we dit geval vermijden. Dus de gezochte waarschijnlijkheid wordt verkregen door $P = 1 - \frac{3}{44} = \frac{41}{44}$.

Oefening 13

We noemen:

1. A , B , C en D , de 4 teams in de eerste poule.
2. E en F , de 2 winnende teams uit poule 2 en 3.

Stel dat A het toernooi wint. A speelt 3 keer om zich te kwalificeren voor de volgende ronde. Vervolgens speelt A nog 2 keer in de poule waarin de winnende teams van de eerste ronde samenkomen. In totaal speelt A dus 5 wedstrijden.

Oefening 14

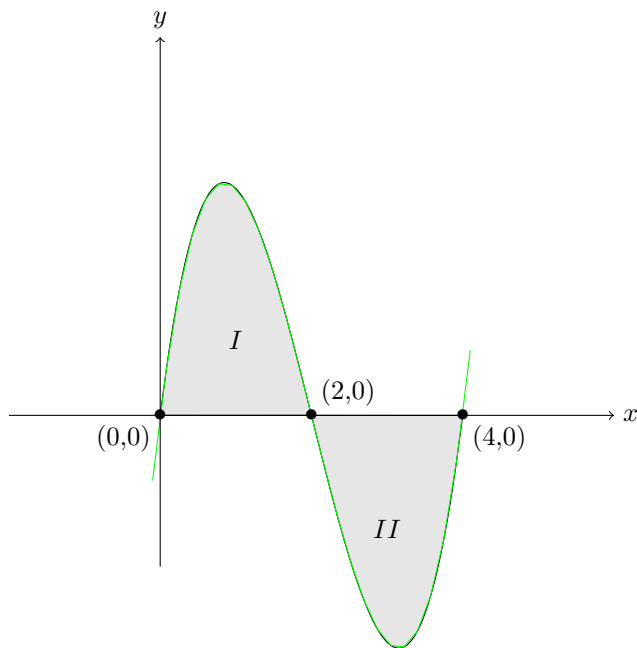
$$3 \sin(x) + 4 \cos(x) = A \cos(x + \phi)$$

$$3 \sin(x) + 4 \cos(x) = A \cos(x) \cos(\phi) - A \sin(x) \sin(\phi)$$

Door vergelijking:
$$\begin{cases} 3 = -A \sin(\phi) & (1) \\ 4 = A \cos(\phi) & (2) \end{cases}$$

$$(1)^2 + (2)^2 : 25 = A^2 \rightarrow A = 5, \text{ aangezien } A > 0.$$

Oefening 15



De snijpunten van f met de x -as worden als volgt berekend:

$$\begin{aligned} f(x) &= x(x^2 - 6x + 8) = x(x - 2)(x - 4) = 0 \\ &\rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 4 \end{aligned}$$

Om het gebied tussen de twee krommen te berekenen (grijs gearceerde gebieden), moet het gebied II positief worden meegeteld (het minteken verschijnt voor de integraal):

$$\begin{aligned} &\int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx - \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \\ &= \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2 \right]_0^2 - \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2 \right]_2^4 = \dots = 8 \end{aligned}$$

Oefening 16

x	y	$x^2 + y^2$
0	12	144
1	11	122
2	10	104
3	9	90
4	8	80
5	7	74
6	6	72
7	5	74
8	4	80
9	3	90
10	2	104
11	1	122
12	0	144

Het koppel (6, 6) minimaliseert $x^2 + y^2 \rightarrow xy = 36$.

Oefening 17

$$4 \cos(x) - \frac{5}{\cos x} = 4 \cdot \frac{\sin x}{\cos x}, \quad x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$4 \cos^2(x) - 5 = 4 \sin x$$

$$4(1 - \sin^2(x)) - 5 = 4 \sin x$$

$$0 = 4 \sin^2 x + 4 \sin x + 1$$

$$0 = (2 \sin x + 1)^2$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{ou} \quad x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\rightarrow x = \frac{7\pi}{6} = 210^\circ$$

Oefening 18

Om $f(x)$ te vinden, moet je $f''(x)$ twee keer integreren.

$$\int f''(x) dx = f'(x) = 6x^5 + 6x^2 + c$$

$$\rightarrow f'(1) = 14 = 12 + c \rightarrow c = 2$$

$$\int f'(x) dx = f(x) = x^6 + 2x^3 + 2x + d$$

$$\rightarrow f(1) - f(-1) = 8$$

Oefening 19

We merken op dat $x = -6$ een nulpunt is van de polynoom $\rightarrow x_1 = -6$.

$$x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = (x + 6)(x^2 - 2)$$

$$\rightarrow x_2 = -\sqrt{2}, \quad x_3 = \sqrt{2}$$

$$\rightarrow s = -6, \quad p = 12$$

$$\rightarrow \frac{s}{p} = -\frac{1}{2}$$

Oefening 20

$$f(x) = -2x^3 + kx^2 - 36x + 15$$

Om een extremum te hebben in een punt moet de eerste afgeleide $f'(x)$ nul zijn in dat punt.

$$f'(3) = 0 = -6x^2 + 2kx - 36 = -54 + 6k - 36$$

$$\rightarrow k = 15$$

Om de aard van het extremum te bepalen, moeten we het teken van de tweede afgeleide $f''(x)$ op dat punt onderzoeken.

$$f''(x = 3) = -12x + 30 = -6$$

$\rightarrow f$ heeft dus een maximum op $x = 3$.

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

1. De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
2. Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan. Het gebruik van een lat, een gradenboog, een geodriehoek en een passer is wel toegelaten.
3. De antwoorden op de 20 vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 20 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.

Vraag 1 Welke van de vijf volgende uitdrukkingen is niet gelijk aan de overige vier?

(A) 2^{24+3a} (B) $4^{12} 8$ (C) $16^{6+a} 2^{-a}$ (D) 4^{12+2a} (E) $2^{16} 16^2 2^{3a}$

Vraag 2 Leid de volgende uitdrukking af naar x

$$\frac{a+1}{(a^2-x^2+x)^2}$$

(A) $(a+1) \frac{(a^2-x^2+5x-2)}{(a^2-x^2+x)^3}$ (B) $\frac{(a+1)(2-4x)}{(a^2-x^2+x)^3}$ (C) $\frac{(a+1)(4x-2)}{(a^2-x^2+x)}$
(D) $\frac{a^2-x^2+(5+4a)x-2(a+1)}{(a^2-x^2+x)^3}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 3 Bepaal het domein van de volgende functie

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2+2x-3}{x}}$$

(A) $x \geq 1$ of $-3 \leq x < 0$ (B) $x \geq 1$ (C) $x \neq 0$ (D) $x \geq -3$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 4 Indien we de veelterm $9x^3 + ax^2 + bx + 12$ delen door $3x + 2$ dan is de rest gelijk aan 3. De relatie tussen a en b wordt gegeven door

(A) $6b + 4a = 57$ (B) $6b - 4a = 57$ (C) $6b - 4a = -105$ (D) $4a - 6b = -65$
(E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 5 Jan belegt een bedrag van 125 000€ aan een rentevoet van 12% op 20 jaar. Hoeveel bezit Jan na 10 jaar? (De antwoorden moeten telkens vermenigvuldigd worden met 125 000€.)

(A) $\sqrt{1,12}$ (B) 0,06 (C) 1,06 (D) 0,56 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 6 Vind x zodat $\left| \frac{8x-1}{5} \right| \geq -2$.

(A) $-9 \leq 8x \leq 11$ (B) $x \in \mathbb{R}$ (C) $x = -\frac{9}{8}$ (D) $-11 \leq 8x \leq 9$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 7 Bepaal de inverse van de functie $f(x) = 3x^2 + 1$.

- (A) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$ (B) $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{\frac{x-1}{3}}$ (C) $f^{-1}(x) = 3x^2 + 1$ (D) $f^{-1}(x) = \frac{3}{x^2} + 1$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 8 Herschrijf de volgende vergelijking en bekom een uitdrukking voor y :

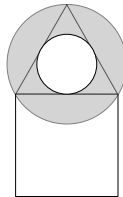
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{9}$$

- (A) $y = 9 - x$ (B) $y = \frac{3x}{x-9}$ (C) $y = \frac{27x}{x-9}$ (D) $y = \frac{9-x}{3}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 9 Uw PIN code bestaat uit 4 cijfers en Fred weet dat 3 van deze cijfers elk een waarde hebben in $\{0, 1, 2, 3\}$. Het overige cijfer heeft een waarde in $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Hoeveel combinaties kan Fred in totaal proberen om uw PIN code te bepalen?

- (A) 384 (B) 1536 (C) 9216 (D) 256 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 10 Geef de oppervlakte van de grijze zone in de figuur (in cm^2), als er geweten is dat de oppervlakte van het vierkant gelijk is aan 36 cm^2 en dat de driehoek gelijkzijdig is.



- (A) 9π (B) 4π (C) 3π (D) $3\sqrt{3}\pi$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 11 Indien

$$\int_{\pi/2}^{\beta} -\sin\left(-\frac{x}{3}\right) dx = \frac{3\sqrt{3}-3}{2}$$

dan

- (A) $\beta = \pm\pi + 6k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (B) $\beta = \pm\frac{\pi}{2} + 6k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C) $\beta = \pm\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (D) $\beta = \pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 12 De afstand tussen punten A en B bedraagt 60 km. Op het tijdstip t rijdt een trein voorbij punt A , richting punt B , aan een constante snelheid van 40 km/u. 15 minuten later rijdt een andere trein punt B voorbij, in de richting van punt A , aan een constante snelheid van 100 km/u. Bereken de afstand ten opzichte van het punt A waar de twee treinen elkaar zullen kruisen. Welk van de onderstaande antwoorden benadert deze afstand het beste?

- (A) 22 km (B) 23 km (C) 24 km (D) 25 km (E) 26 km

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 13 Een zekere beker heeft een parabolische vorm: de hoogte van de bodem is gelijk aan het kwadraat van de afstand tot de middellijn van de beker. Als je weet dat de beker 9 cm hoog is, welk van de onderstaande volumes is het grootste volume dat je volledig in deze beker kan gieten zonder dat de beker overloopt?

- (A) 600 ml (B) 80 ml (C) 120 ml (D) 150 ml (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 14 Los op in het interval $[0, 2\pi[$:

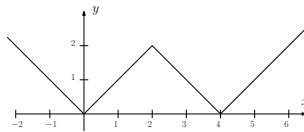
$$1 + \sin(x) + 2 \sin^2(x) + 5 \sin^3(x) = 9$$

- (A) $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C) $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (D) $x = -\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 15 Beschouw de functie $f(x) = \frac{a + bx}{x^2}$. We weten dat deze functie een extremum heeft in $x = 1$ en dat $f(3) = 7$. Bepaal de waarden van a en b .

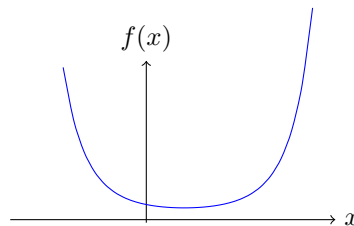
- (A) $a = \frac{63}{7}, b = \frac{126}{7}$ (B) $a = -\frac{56}{5}, b = \frac{112}{5}$ (C) $a = \frac{56}{7}, b = \frac{112}{7}$ (D) $a = -\frac{63}{5}, b = \frac{126}{5}$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 16 Welk voorschrift levert de volgende grafiek op?



- (A) $f(x) = |2 - |x + 2||$ (B) $f(x) = ||x + 2| - 2|$ (C) $f(x) = |2 - |x - 2||$ (D) $f(x) = ||x - 2| + 2|$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 17 Gegeven: de grafiek van $f(x) = e^{x^2-x}$. Welke van de volgende uitspraken is zeker foutief?



1. De afgeleide van de functie is $f'(x) = e^{x^2-x}(2x - 1)$.
2. De afgeleide van deze functie is gelijk aan nul in minimaal één punt.
3. De afgeleide van de functie is $f'(x) = 2x^2 e^{x^2-x}$.
4. De afgeleide van deze functie is geen even functie.

- (A) uitspraak 1 (B) uitspraak 2 (C) uitspraak 3 (D) uitspraak 4 (E) meer dan één uitspraak

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 18 Hoeveel van de volgende getallen zijn deelbaar door 28?

1980 14688 14896 1024

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Vraag 19 Een cirkel gaat door het punt $A(-1,0)$ en raakt de rechte $y = 2x$ in het punt $B(1,2)$. Wat is de oppervlakte van die cirkel?

(A) $\frac{20\pi}{9}$ (B) 20π (C) 32π (D) 40π (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 20 Los op in \mathbb{R} :

$$\int_x^{2x} \left(t + \frac{1}{t^2} \right) dt = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

(A) $x \in \left\{ \pm 1, \frac{1}{3} \right\}$ (B) $x = \frac{3}{2}$ (C) $x \neq 0$ (D) $x \in \left\{ \pm \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

1. De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
2. Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan. Het gebruik van een lat, een gradenboog, een geodriehoek en een passer is wel toegelaten.
3. De antwoorden op de 20 vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 20 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.

Vraag 1 Welke van de vijf volgende uitdrukkingen is niet gelijk aan de overige vier?

- (A) $3(81^{1+a})$ (B) 9^{3+2a} (C) $27^2(3^2)^{2a}$ (D) $3^2 3^{4(1+a)}$ (E) $\sqrt{27}\sqrt{3^{9+8a}}$

Vraag 2 Bepaal de afgeleide van

$$\tan(x) \sin(2x)$$

- (A) $\sqrt{2-2\cos(4x)}$ (B) $2\tan(x)(1-\cos(2x))$ (C) $-2\sin(2x)$ (D) $\sqrt{6-2\cos(4x)}$
(E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 3 Bepaal het domein van de volgende functie

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x+3}}{2x^2+3x-2}$$

- (A) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$ (B) $x \geq -\frac{3}{2}$ (C) $x \leq -2$ of $x \geq \frac{1}{2}$ (D) $x \geq -2$
(E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 4 Indien we de veelterm $5x^4 + ax^3 + bx + 9$ delen door $2x + 3$ dan is de rest gelijk aan 8. De relatie tussen a en b wordt gegeven door

- (A) $24b + 54a = -389$ (B) $-24b + 54a = 389$ (C) $24b + 54a = 389$ (D) $24b - 54a = 389$
(E) geen enkel antwoord is juist ($12b + 27a = 74$)

Vraag 5 Bart belegt 10 000€ aan een vaste jaarlijkse rente. Hoeveel moet deze rente bedragen opdat zijn startkapitaal na 5 jaar verdubbeld is?

- (A) $\sqrt[5]{2} - 1$ (B) $\frac{1}{2^5}$ (C) $1 - \frac{1}{\sqrt[5]{2}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}} - 1$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 6 Vind x zodat $\left| \frac{8x-1}{5} \right| \leq 2$.

- (A) $x \leq -\frac{9}{8}$ (B) $-\frac{9}{8} \leq x \leq \frac{11}{8}$ (C) $x \geq \frac{9}{8}$ (D) $-\frac{11}{8} \leq x \leq \frac{9}{8}$
(E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

Vraag 7 Bepaal de inverse van de functie $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$.

- (A) $f^{-1}(x) = x^2 + 1$ (B) $f^{-1}(x) = \pm \sqrt{\frac{1}{x-1}}$ (C) $f^{-1}(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ (D) $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 8 Vereenvoudig

$$\frac{(x^{-1} + y^{-1})^{-1}}{(y^{-1} - x^{-1})^{-1}} - \frac{(y^{-1} - x^{-1})^{-1}}{(x^{-1} + y^{-1})^{-1}} \quad \text{met } x, y \neq 0, x \neq y \text{ en } x \neq -y.$$

- (A) $-2 \frac{x^2 + y^2}{(y-x)^2}$ (B) $\frac{-4xy}{-4xy}$ (C) (D) $\frac{-4xy}{x^2 - y^2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

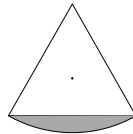
Vraag 9 Men gooit drie zes-zijdige dobbelstenen en bepaalt de som van de bekomen cijfers. Wat is de waarschijnlijkheid dat deze som strikt groter is dan 14?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{2}{11}$ (D) $\frac{5}{54}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 10 Een rechthoekig vel papier is 1 m breed en heeft lengte x . Je knipt een vierkant met zijde 1 m van het papier af. Je meet de lengte en de breedte van het overblijvende stuk papier en merkt dat de verhouding van de lengte en breedte van dit stuk dezelfde is als van het originele vel papier. Wat is de lengte van het originele vel papier?

- (A) 1,5 m (B) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ m (C) $\sqrt{5} - 1$ m (D) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ m (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 11 Een gelijkzijdige driehoek heeft als zijde 10 cm. Op één van de zijden tekenen we een cirkelboog met straal 10 cm en als begin- en eindpunt de eindpunten van die zijde. Hoeveel bedraagt de oppervlakte (in cm^2) tussen die driehoekszijde en de cirkelboog (de grijze zone in de figuur)?



- (A) $25 \left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$ (B) $25\sqrt{3}$ (C) $25 \left(\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} \right)$ (D) $25 \frac{2\pi}{3}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 12 Los op in \mathbb{R} :

$$\int_{\alpha}^{\pi} -\sin\left(-\frac{x}{3}\right) dx = -\frac{9}{2}$$

- (A) $\alpha = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (B) $\alpha = 3\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C) $\alpha = 3\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (D) $\alpha = 3\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

Vraag 13 Alice en Bob proberen te achterhalen waar Claire juist woont. Ze weten dat Claire op één van de volgende adressen kan wonen:

- Kerkstraat 13, 6 of 9
- Dorpsstraat 7 of 8
- Musstraat 27 of 6
- Papegaaistraat 27, 13 of 7.

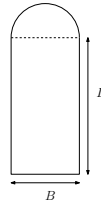
Vervolgens weet Alice te achterhalen in welke straat Claire woont en Bob vindt op welk huisnummer ze woont. Het volgende gesprek vindt plaats tussen Alice en Bob.

- Alice: "Ik ken het volledige adres van Claire niet, maar ik ben zeker dat jij het ook niet weet."
- Bob: "Nu weet ik het volledige adres van Claire."
- Alice: "Dan weet ik ook waar Claire woont."

Waar woont Claire?

- (A) Kerkstraat 13 (B) Dorpsstraat 7 (C) Musstraat 6 (D) Papegaaistraat 13
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 14 Dirk bouwt een zwembad met breedte $B = 4$ m, lengte $L = 10$ m en diepte $D = 1,40$ m. De vorm wordt weergegeven in de figuur. De achterkant is een halve cirkel. Alle wanden zijn vertikaal.



Als de vijver klaar is, moet hij gevuld worden met leidingwater. Dirk vult de vijver met een constant debiet van 20 liter per minuut. Hoelang zal het duren alvorens de vijver volledig gevuld is?

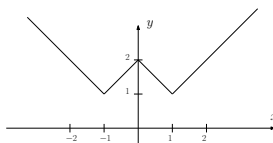
- (A) 44 u en 40 min (B) 51 u en 59 min (C) 54 u (D) 61 u en 20 min (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 15 Hoeveel oplossingen heeft de volgende vergelijking die in het interval $[0, 2\pi[$ liggen?

$$\sin^2(2x) = \frac{1}{2}$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 16 Welk voorschrift levert de volgende grafiek op?



- (A) $y = |x - 1| + |x + 1|$ (B) $y = |x - 1| + 1$ (C) $y = ||x| - 1| + 1$ (D) $y = |x^2 - 1| + 1$
 (E) $y = ||x| + 1| + 1$

Gemeenschappelijke proef

2018

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

Vraag 17 Beschouw de functie met functievoorschrift $f(x) = -x^3 + 3x^2$. Bepaal de oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van $f(x)$ en de raaklijn aan de grafiek $f(x)$ in het lokaal maximum van $f(x)$.

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) 6 (C) 8 (D) $\frac{27}{4}$ (E) geen enkel antwoord is juist

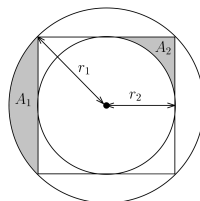
Vraag 18 Als $f(x) = x^2 - x$ dan kan men aantonen dat $f(x+1)$ gelijk is aan:

- (A) $-f(-x)$ (B) $-f(x)$ (C) $f(-x)$ (D) $f(x)$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 19 Beschouw een fietser die van punt A naar punt B fietst tegen een snelheid van a km/u en terugfietst aan halve snelheid. De fietser doet er in totaal 10 minuten over. Indien we de afstand tussen A en B aanduiden als x , welke van de volgende antwoorden kan dan overeenstemmen met de verhouding $\frac{x}{a}$?

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{20}{3}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) 200 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 20 Beschouw de volgende figuur van een vierkant en twee cirkels. Het vierkant raakt beide cirkels. Hoeveel bedraagt de verhouding van de stralen van deze cirkels en wat kan men zeggen over de grootte van de oppervlakten A_1 en A_2 ?



- (A) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ en $A_1 > A_2$ (B) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ en $A_1 > A_2$ (C) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ en $A_1 < A_2$
 (D) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ en $A_1 < A_2$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeinsame Prüfung

2018

Algebra - Analyse - Geometrie - Goniometrie

Reihe C

20 Fragen - 2 Stunden

1. Die mit bestimmten Fragen verbundenen Figuren sind illustrativ und nicht maßstabsgerecht. Es ist sinnlos, sie zu messen.
2. Lehrbücher und Taschenrechner sind nicht erlaubt.
3. Die Antworten werden wie folgt bewertet:
 - Sie starten mit 20 von 100 Punkten.
 - Eine korrekte Antwort liefert Ihnen 4 Punkte.
 - Eine falsche Antwort kostet Sie einen Punkt.
 - Nicht antworten beeinflusst das Ergebnis nicht.

Frage 1 Der Quotient von 100^{50} mal 50^{25} ist gleich

- (A) $2(50^{25})$ (B) 2^{25} (C) 50^{25} (D) 200^{25} (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 2 Bestimmen Sie die Ableitung von

$$\sqrt{\frac{1}{\cos 2x}}$$

- (A) $\frac{\sin(4x)}{2}$ (B) $\frac{\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$ (C) $-\frac{\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$ (D) $\frac{2 \tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$ (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 3 Bestimmen Sie die Domäne der folgenden Funktion.

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 3x - 2}$$

- (A) $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ (B) $x \in \mathbb{R}$ (C) $x \geq \frac{1}{2}$ oder $x \leq -2$ (D) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -2, \frac{1}{2} \right\}$
(E) Keine Antwort trifft zu

Frage 4 Bestimmen Sie die Bezugspunkte der folgenden Funktion.

$$f(x) = \ln(x\sqrt{3-2x})$$

- (A) $x \in \left\{ 0, \frac{3}{2} \right\}$ (B) $x \in \left\{ -\frac{1}{2}, 1 \right\}$ (C) $x = 1$ (D) $x = \frac{3}{2}$ (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 5 Auf einer Baustelle befindet sich ein Sandhaufen von 10 m^3 . Jeden Monat bläst etwa 5% des Sandes weg. Wie viel m^3 Sand bleibt nach drei Monaten auf der Baustelle?

- (A) 8,57375 (B) 8,50000 (C) 7,15000 (D) 9,85000 (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 6 Seite $|a^2 - k^2x^2| \leq 1$ mit $a, k \in \mathbb{R}_0$. Welche Bedingungen müssen eingehalten werden, wenn diese Ungleichheit zu Lösungen in \mathbb{R} führen soll?

- (A) $a \geq 1$ (B) $a > 1$ (C) $a < 1$ (D) $a \leq 1$ (E) Keine Antwort trifft zu

Gemeinsame Prüfung

2018

Algebra - Analyse - Geometrie - Goniometrie

Reihe C

20 Fragen - 2 Stunden

Frage 7 Bestimmen Sie den Kehrwert der Funktion $f(x)$, die für alle Werte von $x \neq 0$ definiert ist.

$$f(x) = \frac{x}{5 - 2x^2}$$

- (A) $f^{-1}(x) = \frac{-1 + \sqrt{40x^2 + 1}}{4x}$ (B) $f^{-1}(x) = \frac{-1 - \sqrt{40x^2 + 1}}{4x}$ (C) $f^{-1}(x) = \frac{5 - 2x^2}{x}$
 (D) $f^{-1}(x) = \frac{-x}{5 - 2x^2}$ (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 8 Vereinfachen Sie

$$\frac{(y^{-1} - x^{-1})^{-1} - (y^{-1} + x^{-1})^{-1}}{(x^{-1} + y^{-1})^{-1} - (x^{-1} - y^{-1})^{-1}} \quad \text{mit } x, y \neq 0, x \neq y \text{ und } x \neq -y.$$

- (A) $\frac{y}{x}$ (B) $\frac{x}{y}$ (C) $\frac{x+y}{2y}$ (D) $\frac{x+y}{y-x}$ (E) Keine Antwort trifft zu

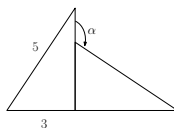
Frage 9 Fünf Mädchen und vier Jungen gehen ins Kino und finden eine Reihe von neun Plätzen. Wie viele verschiedene Arten können diese neun Menschen nebeneinander sitzen, wenn sie wissen, dass jeder Junge von zwei Mädchen umgeben ist?

- (A) 480 (B) 2 880 (C) 15 876 (D) 3 024 (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 10 Wir wollen 10 Liter flüssige parfümierte Seife herstellen, die 20 € pro Liter kostet. Dazu mischen wir flüssige Rosenseife zum Preis von 28,5 € pro Liter mit einer flüssigen Jasminseife, die 3,5 € pro Liter kostet. Wie viel flüssige Jasminseife brauchen wir dafür insgesamt?

- (A) 6,6 l (B) 2,65 l (C) 3,4 l (D) 7,35 l (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 11 In der folgenden Abbildung betrachten wir zwei gleiche rechteckige Dreiecke. Bestimmen Sie den Sinus des angegebenen Winkels α .



- (A) $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$ (B) $\sin(\alpha) = \frac{3}{4}$ (C) $\sin(\alpha) = -\frac{3}{4}$ (D) $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$
 (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 12 Bitte besuchen Sie in \mathbb{R} .

$$\int_{3\pi}^{\alpha} \cos\left(-\frac{x}{6}\right) dx = -3$$

- (A) $\alpha = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ of $\alpha = 5\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (B) $\alpha = 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ of $\alpha = 4\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (C) $\alpha = 3\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (D) $\alpha = \pi + 12k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (E) Keine Antwort trifft zu

Gemeinsame Prüfung

2018

Algebra - Analyse - Geometrie - Goniometrie

Reihe C

20 Fragen - 2 Stunden

Frage 13 Daan fährt jeden Tag mit der Rolltreppe in den zweiten Stock. Ist die Rolltreppe eingeschaltet und Daan bleibt stehen, dann sind es bis zu 60 Sekunden. Wenn die Rolltreppe nicht eingeschaltet ist und Daan die Rolltreppe zu Fuß erklimmen muss, ist er 90 Sekunden oben. In wie vielen Sekunden ist Daan oben, wenn die Rolltreppe eingeschaltet ist und er auch läuft?

- (A) 30 seconden (B) 36 seconden (C) 75 seconden (D) 60 seconden
 (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 14 Sie möchten einen großen Smiley malen (nur Augen und Mund). Verwenden Sie für den Mund die Gleichungen $y = \frac{x^2}{3} - 3$ und $y = \frac{2x^2}{3} - 6$ für die Ober- bzw. Unterlippe (x wird in m und y in m^2 ausgedrückt). Sie verwenden 1 Liter Farbe pro m^2 . Wie groß darf der Durchmesser (in m) der Augen maximal sein, wenn Ihnen 20 Liter Farbe zur Verfügung stehen? Sie können davon ausgehen, dass beide Augen gleich groß sind.

- (A) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ (C) $2\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ (D) dit is niet mogelijk (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 15 Wie viele Lösungen hat der folgende Vergleich im Intervall $[0, \pi[$?

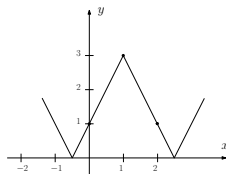
$$4 \sin^2(2x) = 1$$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 16 Gegeben ist eine Parabel: $y = 2x^2 + (a-1)x + (a-1)^2$ mit $a \in [0, 1]$. Wir betrachten die Summe der Quadrate der Nullpunkte dieser Parabel. Wie hoch ist der Höchstbetrag dieser Summe?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) 0 (D) $\frac{3}{2}$ (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 17 Welcher Ausdruck ergibt die folgende Grafik?



- (A) $y = |3 - 2|x - 1||$ (B) $y = |x - 1| + 1$ (C) $y = ||x| - 1| + 1$ (D) $y = |x^2 - 1| + 1$
 (E) $y = ||x| + 1| + 1$

Frage 18 Beachten Sie die Gleichung $y = (a-3)x^2$. Für welchen Wert von a schneidet die Tangente in $x = 2$ die X -Achse unter einem Winkel von 30° ?

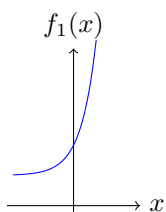
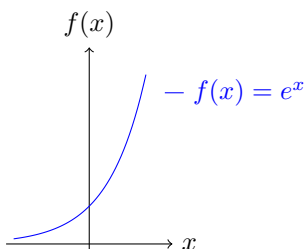
- (A) $a = \frac{\sqrt{2}}{8} + 3$ (B) $a = \frac{1}{2\sqrt{2}} + 6$ (C) $a = \frac{1}{4\sqrt{3}} + 3$ (D) $a = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 3$
 (E) Keine Antwort trifft zu

Frage 19 Wir betrachten eine Parabel $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$. Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

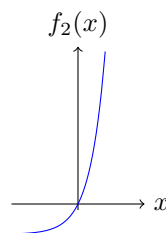
1. Der Schnittpunkt seiner Ableitung mit der X -Achse entspricht der Spitze der Parabel.
2. Die Ableitungsfunktion ist eine absteigende Gerade, da der Parabolspiegel mit seiner hohlen Seite nach unten liegt.
3. Die Ableitungsfunktion eines Parabolspiegels hat immer zwei Schnittpunkte mit dem Parabolspiegel.
4. Liegt die Ableitung unterhalb der X -Achse, dann sinkt die Parabel.

- (A) Aussage 1 (B) Aussage 2 (C) Aussage 3 (D) Aussage 4
 (E) mehr als eine Aussage ist falsch

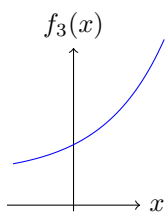
Vraag 20 Welches Diagramm stellt die Funktion $f(x) = e^{2x} + 1$ korrekt dar, wenn Sie wissen, dass das Diagramm von $f(x) = e^x$ wie folgt aussieht.



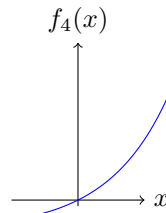
(a) Diagramm A



(b) Diagramm B



(c) Diagramm C



(d) Diagramm D

- (A) Bild A (B) Bild B (C) Bild C (D) Bild D (E) keine der Bildern stimmt

Epreuve commune

2018

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série C

20 questions - 2 heures

1. Les figures associées à certaines questions sont illustratives et ne sont pas faites à l'échelle. Cela ne sert à rien de mesurer.
2. Les manuels et les calculatrices ne sont pas permis. Les lattes, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
3. Les réponses aux 20 questions sont valorisées de la façon suivante:
 - Vous démarrez avec 20 sur 100.
 - Une réponse correcte vous donne 4 points.
 - Une réponse fautive vous fait perdre un point.
 - Une réponse blanche ne modifie pas le résultat.

Question 1 Le quotient de 100^{50} par 50^{25} est égal à

- (A) $2(50^{25})$ (B) 2^{25} (C) 50^{25} (D) 200^{25} (E) aucune réponse n'est correcte

Question 2 Déterminer la dérivée de

$$\sqrt{\frac{1}{\cos 2x}}$$

- (A) $\frac{\sin(4x)}{2}$ (B) $\frac{\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$ (C) $-\frac{\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$ (D) $\frac{2\tan(2x)}{\sqrt{\cos(2x)}}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 3 Déterminer le domaine de la fonction suivante.

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 3x - 2}$$

- (A) $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ (B) $x \in \mathbb{R}$ (C) $x \geq \frac{1}{2}$ of $x \leq -2$ (D) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -2, \frac{1}{2} \right\}$
(E) aucune réponse n'est correcte

Question 4 Déterminez les zéros de la fonction suivante.

$$f(x) = \ln(x\sqrt{3-2x})$$

- (A) $x \in \left\{ 0, \frac{3}{2} \right\}$ (B) $x \in \left\{ -\frac{1}{2}, 1 \right\}$ (C) $x = 1$ (D) $x = \frac{3}{2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 5 Sur un chantier de construction, il y a un tas de sable de 10 m^3 . Chaque mois, environ 5 % du sable s'envole. Combien de m^3 de sable restera sur le chantier après 3 mois?

- (A) 8,57375 (B) 8,50000 (C) 7,15000 (D) 9,85000 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 6 Considérer $|a^2 - k^2x^2| \leq 1$ avec $a, k \in \mathbb{R}_0$. Quelles sont les conditions à respecter pour que cette inégalité ait des solutions dans \mathbb{R} ?

- (A) $a \geq 1$ (B) $a > 1$ (C) $a < 1$ (D) $a \leq 1$ (E) aucune réponse n'est correcte

Epreuve commune

2018

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série C

20 questions - 2 heures

Question 7 Déterminer l'inverse de la fonction $f(x)$ définie pour toutes les valeurs de $x \neq 0$.

$$f(x) = \frac{x}{5 - 2x^2}$$

- (A) $f^{-1}(x) = \frac{-1 + \sqrt{40x^2 + 1}}{4x}$ (B) $f^{-1}(x) = \frac{-1 - \sqrt{40x^2 + 1}}{4x}$ (C) $f^{-1}(x) = \frac{5 - 2x^2}{x}$
 (D) $f^{-1}(x) = \frac{-x}{5 - 2x^2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 8 Simplifier

$$\frac{(y^{-1} - x^{-1})^{-1} - (y^{-1} + x^{-1})^{-1}}{(x^{-1} + y^{-1})^{-1} - (x^{-1} - y^{-1})^{-1}} \quad \text{avec } x, y \neq 0, x \neq y \text{ et } x \neq -y.$$

- (A) $\frac{y}{x}$ (B) $\frac{x}{y}$ (C) $\frac{x+y}{2y}$ (D) $\frac{x+y}{y-x}$ (E) aucune réponse n'est correcte

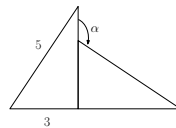
Question 9 Cinq filles et quatre garçons vont au cinéma et trouvent une rangée de neuf places. Combien de façons différentes ces neuf personnes peuvent-elles s'asseoir l'une à côté de l'autre, sachant que chaque garçon est entouré de deux filles?

- (A) 480 (B) 2 880 (C) 15 876 (D) 3 024 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 10 On veut obtenir 10 litres de savon liquide parfumé d'une valeur de 20 euros par litre, en mélangeant du savon liquide à la rose à 28,5 euros par litre, et du savon liquide au jasmin à 3,5 euros par litre. De combien de litres de savon liquide au jasmin avons-nous besoin?

- (A) 6,6 l (B) 2,65 l (C) 3,4 l (D) 7,35 l (E) aucune réponse n'est correcte

Question 11 Dans la figure suivante, nous considérons deux triangles rectangulaires égaux. Déterminer le sinus de l'angle α (voir figure).



- (A) $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$ (B) $\sin(\alpha) = \frac{3}{4}$ (C) $\sin(\alpha) = -\frac{3}{4}$ (D) $\sin(\alpha) = \frac{3}{5}$
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 12 Résoudre dans \mathbb{R} :

$$\int_{3\pi}^{\alpha} \cos\left(-\frac{x}{6}\right) dx = -3$$

- (A) $\alpha = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ or $\alpha = 5\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (B) $\alpha = 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ or $\alpha = 4\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (C) $\alpha = 3\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (D) $\alpha = \pi + 12k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 13 Tous les jours, Daan prend l'escalator jusqu'au deuxième étage. Si l'escalator est mis en marche et que Daan reste immobile, cela dure 60 secondes. Si l'escalator n'est pas allumé et que Daan doit monter l'escalator à pied, il est en 90 secondes à l'étage. En combien de secondes Daan est-il à l'étage lorsque l'escalator est en marche et qu'il marche aussi?

- (A) 30 seconden (B) 36 seconden (C) 75 seconden (D) 60 seconden
(E) aucune réponse n'est correcte

Question 14 Vous voulez peindre un grand smiley (seulement les yeux et la bouche). Pour la bouche, utiliser les équations $y = \frac{x^2}{3} - 3$ et $y = \frac{2x^2}{3} - 6$ pour la lèvre supérieure et inférieure respectivement (x est exprimé en m et y est exprimé en m^2). Vous utilisez 1 litre de peinture par m^2 . Quelle est la taille maximale du diamètre (en m) des yeux si vous avez 20 litres de peinture? Vous pouvez supposer que les deux yeux sont de la même taille.

- (A) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ (B) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ (C) $2\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ (D) dit is niet mogelijk (E) aucune réponse n'est correcte

Question 15 Combien de solutions possède l'équation suivante dans l'intervalle $[0, \pi[$?

$$4 \sin^2(2x) = 1$$

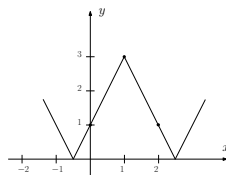
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 16 : « somme des carrés des points zéro » devrait être reformuler. Peut être parler d'une équation $f(x)=0$, et parler de la somme des carrés de ses solutions.

Question 16 Considérer une parabole: $y = 2x^2 + (a - 1)x + (a - 1)^2$ avec $a \in [0, 1]$. Considérer la somme des carrés des points zéro de cette parabole. Quelle est la valeur maximale de cette somme?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) 0 (D) $\frac{3}{2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 17 Quelle expression correspond au graphique suivant?



- (A) $y = |3 - 2|x - 1||$ (B) $y = |x - 1| + 1$ (C) $y = ||x| - 1| + 1$ (D) $y = |x^2 - 1| + 1$
(E) $y = ||x| + 1| + 1$

Question 18 Considérons l'équation $y = (a - 3)x^2$. Pour quelle valeur de a la tangente en $x = 2$ forme-t-elle un angle de l'axe de 30° avec l'axe des X ?

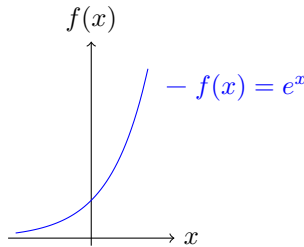
- (A) $a = \frac{\sqrt{2}}{8} + 3$ (B) $a = \frac{1}{2\sqrt{2}} + 6$ (C) $a = \frac{1}{4\sqrt{3}} + 3$ (D) $a = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 3$
(E) aucune réponse n'est correcte

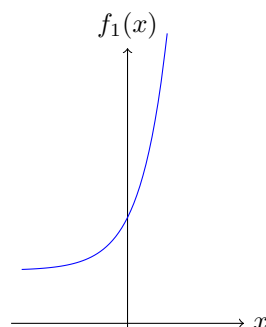
Question 19 Soit une parabole $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$. Laquelle des affirmations suivantes est incorrecte ?

1. L'intersection de sa dérivée avec l'axe des X correspond au sommet de la parabole.
2. La fonction dérivée est une droite avec une pente négative parce que la parabole est ouverte vers le bas.
3. La fonction dérivée d'une parabole a toujours deux intersections avec la parabole.
4. Si le graphique de la fonction dérivée se trouve sous l'axe des X , alors la parabole est décroissante.

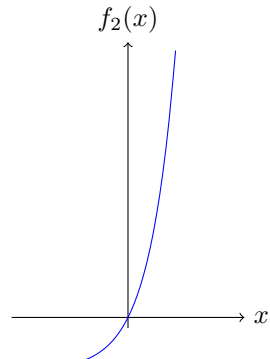
- (A) affirmation 1 (B) affirmation 2 (C) affirmation 3 (D) affirmation 4
 (E) plus que une affirmation est incorrecte

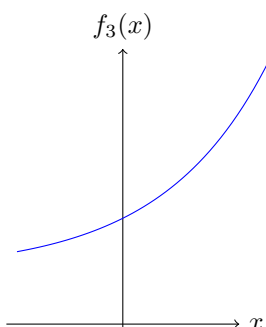
Question 20 Quel figure représente correctement la fonction $f(x) = e^{2x} + 1$, en sachant que le graphique de $f(x) = e^x$ est représenté à la figure suivante.



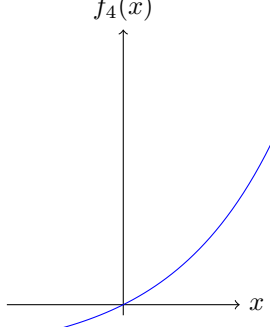
- 

(a) Figure A



(b) Figure B
- 

(c) Figure C



(d) Figure D

- (A) Figure A (B) Figure B (C) Figure C (D) Figure D (E) aucune figure n'est correcte

Epreuve commune

2019

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série A

20 questions - 2 heures

1. Les figures associées à certaines questions sont illustratives et ne sont pas faites à l'échelle. Cela ne sert à rien de mesurer.
2. Les manuels et les calculatrices ne sont pas permis. Les lattes, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
3. Les réponses aux 20 questions sont valorisées de la façon suivante:
 - Vous démarrez avec 20 sur 100.
 - Une réponse correcte vous donne 4 points.
 - Une réponse fautive vous fait perdre un point.
 - Une réponse blanche ne modifie pas le résultat.

Question 1 Laquelle des cinq expressions suivantes n'est pas égale aux quatre autres?

- (A) $3(81^{1+a})$ (B) 9^{3+2a} (C) $27^2(3^2)^{2a}$ (D) $3^2 3^{4(1+a)}$ (E) $\sqrt{27}\sqrt{3^{9+8a}}$

Question 2 La fonction $f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x$ est donnée. Déterminer toutes les tangentes à f aux points d'inflexion de cette fonction, si la fonction f admet un ou plusieurs points d'inflexion.

- (A) La fonction f n'a pas de point d'inflexion. (B) $y = \frac{4}{3}(x+1)$ et $y = -4x+4$
 (C) $y = \frac{4}{3}(x+1)$ (D) $y = -4x+4$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 3 Nous savons que $x, y \in \mathbb{R}^+$ avec $x > 10$ et $(y-4)^2 < 4$. Laquelle des inéquations suivantes est-elle satisfaite ?

- (A) $xy > 20$ (B) $2x > y$ (C) $xy > 200$ (D) $y > 2x$ (E) plusieurs inéquations sont correctes

Question 4 Pour quelle valeur de $n \in \mathbb{R}$ le polynôme $3x^3 + 2nx^2 - 5nx + 10$ est-il divisible par $x+1$? Ensuite, pour la valeur de n trouvée, déterminez le quotient. Le quotient est donné par

- (A) $3x^2 - 5x + 10$ (B) $3x^2 - x - 4$ (C) $3x^2 - 3x + 2$ (D) $3x^2 + 2x - 3$
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 5 Bart investit 10 000 euros à un taux d'intérêt annuel fixe. A combien doit s'élever cet intérêt pour que son capital initial soit doublé après 5 ans?

- (A) $\sqrt[5]{2} - 1$ (B) $\frac{1}{2^5}$ (C) $1 - \frac{1}{\sqrt[5]{2}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}} - 1$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 6 Trouvez x de sorte que $\left| \frac{8x-1}{5} \right| \leq 2$.

- (A) $x \leq -\frac{9}{8}$ (B) $-\frac{9}{8} \leq x \leq \frac{11}{8}$ (C) $x \geq \frac{9}{8}$ (D) $-\frac{11}{8} \leq x \leq \frac{9}{8}$
 (E) aucune réponse n'est correcte

Epreuve commune

2019

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série A

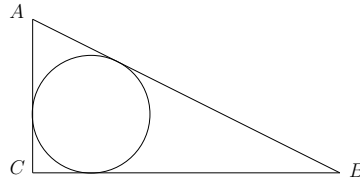
20 questions - 2 heures

Question 7 Déterminez quels $x \in \mathbb{R}$ satisfont à l'inégalité donnée.

$$\frac{x+2}{x+1} \leq \frac{x+3}{x-1}$$

- (A) $x \in]1, +\infty[$ (B) $x \leq -\frac{5}{3}$ (C) $x \geq -\frac{5}{3}$ (D) $-\frac{5}{3} \leq x \leq 0$
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 8 Dans le triangle rectangle (dont l'angle droit se trouve en C), la longueur du côté opposé est 14 ($|AB| = 14$). Le cercle inscrit a un rayon de $2\sqrt{10} - 4$. Déterminez les longueurs de AC et BC .

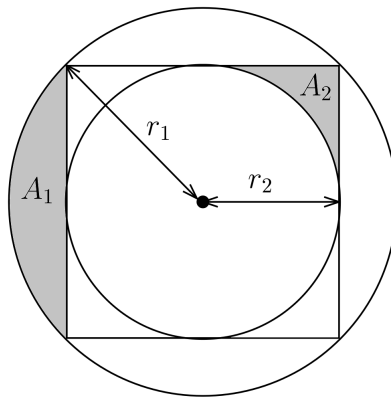


- ((A) $|BC| = 6, |AC| = 4\sqrt{10}$ (B) $|BC| = 3, |AC| = 2\sqrt{10}$ (C) $|BC| = 6, |AC| = 2\sqrt{10}$
 (D) $|BC| = 3, |AC| = 4\sqrt{10}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 9 Trois dés à six faces (bien équilibrés) sont lancés et la somme des nombres obtenus est déterminée. Quelle est la probabilité que cette somme soit strictement supérieure à 14?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{2}{11}$ (D) $\frac{5}{54}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 10 On donne la figure suivante représentant un carré et deux cercles. Le carré a des points d'intersection avec les deux cercles. Quel est le rapport des rayons de ces cercles et que peut-on dire des surfaces A_1 et A_2 ?



- (A) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ et $A_1 > A_2$ (B) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ et $A_1 > A_2$ (C) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ et $A_1 < A_2$
 (D) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ et $A_1 < A_2$ (E) aucune réponse n'est correcte

Epreuve commune

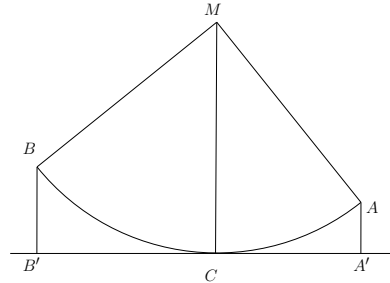
2019

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série A

20 questions - 2 heures

Question 11 Un quart de cercle est donné avec centre M et sommets A et B . Une ligne tangente est tracée à ce cercle en C . Les projections de A et B sur cette tangente sont appelées A' et B' . S'il est donné que $|AA'| = 1$ et $|BB'| = 2$, alors quel est le rayon du cercle ?



- (A) 7 (B) 1 (C) 4 (D) 5 (E) aucune réponse n'est correcte

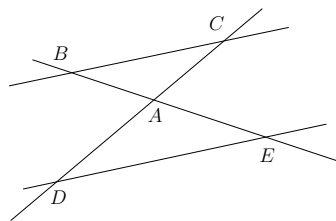
Question 12 Calculez la surface délimitée par le graphique de $f(x) = -3x + 2$, l'axe des x et les droites avec les équations $x = -1$ et $x = 1$.

- (A) $\frac{26}{6}$ (B) 4 (C) $\frac{25}{6}$ (D) $\frac{23}{6}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 13 Peter marche à une vitesse de 4,8 km/h et aperçoit le sommet d'un tour sous un angle d'élévation de 45 degrés. Dix minutes plus tôt, il a vu la même tour sous un angle de 30 degrés. A quelle distance de la tour se trouve-t-il?

- (A) $\frac{5}{32}\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{5}(\sqrt{3}-1)$ (D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 14 Sur deux segments de droites qui se croisent en A , on choisit B, C, D et E de telle sorte que $BC \parallel DE$. En plus, on sait que $|AB| = x$, $|AC| = 7\sqrt{2}$, $|AD| = x + 5$ et $|AE| = \sqrt{2}$ (voir figure). Déterminez x .



- (A) $\frac{35}{6}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) 2 (D) $\frac{6}{5}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 15 La fonction $f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x$ est donnée. Calculez l'aire totale sous l'axe des x délimitée par le graphique de f .

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) $\frac{34}{5}$ (C) $\frac{33}{5}$ (D) $\frac{27}{4}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Epreuve commune

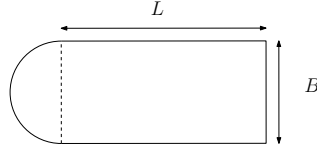
2019

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série A

20 questions - 2 heures

Question 16 Dirk construit une piscine de largeur $B = 4$ m, de longueur $L = 10$ m et de profondeur $D = 1,40$ m. La forme est représentée sur la figure. L'arrière est un demi-cercle. Tous les murs sont verticaux.



Lorsque l'étang est prêt, il doit être rempli d'eau du robinet. Dirk remplit l'étang d'un débit constant de 20 litres par minute ($1 \text{ m}^3 = 1000$ litres d'eau). Combien de temps faudra-t-il avant que l'étang soit complètement rempli (les réponses sont correctes à 5 min près)?

- (A) 44 h et 40 min (B) 51 h et 59 min (C) 54 h (D) 61 h et 20 min
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 17 Alice et Bob essaient de déterminer où Claire habite réellement. Ils savent que Claire peut vivre à l'une des adresses suivantes :

- Rue de l'église 13, 6 ou 9
- Rue du village 7 ou 8
- Rue du moineau 27 ou 6
- Rue Parrot 27, 13 ou 7.

Alice parvient ensuite à savoir dans quelle rue Claire habite et Bob découvre à quel numéro elle habite. La conversation suivante a lieu entre Alice et Bob.

- Alice: "Je ne connais pas l'adresse complète de Claire, mais je sais que tu ne la connais pas non plus."
- Bob: "Maintenant je connais l'adresse complète de Claire."
- Alice: "Alors je sais aussi où Claire habite."

Où vit Claire?

- (A) Rue de l'église 13 (B) Rue du village 7 (C) Rue du moineau 6 (D) Rue Parrot 13
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 18 Déterminez l'expression d'une fonction rationnelle avec $x = 2$ comme zéro et avec $x = 4$, $x = -1$ et $y = 3$ comme asymptotes. De plus, le graphique passe par le point $\left(1, \frac{3}{2}\right)$.

- (A) $f(x) = \frac{4x^2 - 3x - 4}{x^2 + 3x - 4}$ (B) $f(x) = \frac{3x^2 - 18x + 24}{x^2 - 3x - 4}$ (C) $f(x) = \frac{3x^3 - 12x^2 - 12x + 48}{x^3 - x^2 - 10x - 8}$
 (D) $f(x) = \frac{4x^2 - 9x - 4}{x^2 - 3x - 4}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 19 Déterminez le paramètre $r \in \mathbb{R}$ de sorte que l'équation du deuxième suivante ait deux solutions réelles différentes qui sont toutes deux supérieures à -1 .

$$x^2 + rx - \frac{1}{2} = 0$$

- (A) $r > 2$ (B) $r > -2$ (C) $-\frac{1}{2} < r < \frac{1}{2}$ (D) $-2 < r < -\frac{3}{2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Epreuve commune

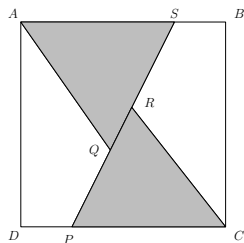
2019

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série A

20 questions - 2 heures

Question 20 $ABCD$ est un carré de côté égal à 4. S se trouve sur AB , P sur CD et Q et R sur PS de telle sorte que $|DP| = |BS|$ et les triangles ASQ et CPR sont tous les deux équilatéraux. Quelle est la somme totale de la superficie de ces deux triangles?



- | | | | | |
|-------------------------------|--------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| (A) $4 + \frac{8}{3}\sqrt{3}$ | (B) $\frac{25}{3}$ | (C) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ | (D) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ | (E) aucune réponse n'est correcte |
|-------------------------------|--------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

1. De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
2. Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan. Het gebruik van een lat, een gradenboog, een geodriehoek en een passer is wel toegelaten.
3. De antwoorden op de 20 vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 20 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.

Vraag 1 Welke van de vijf volgende uitdrukkingen is niet gelijk aan de overige vier?

- (A) $3(81^{1+a})$ (B) 9^{3+2a} (C) $27^2(3^2)^{2a}$ (D) $3^2 3^{4(1+a)}$ (E) $\sqrt{27}\sqrt{3^{9+8a}}$

Vraag 2 Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x$. Bepaal alle raaklijnen aan f in de buigpunten van deze functie, indien de functie f één of meerdere buigpunten heeft.

- (A) De functie f heeft geen buigpunt. (B) $y = \frac{4}{3}(x+1)$ en $y = -4x+4$ (C) $y = \frac{4}{3}(x+1)$
 (D) $y = -4x+4$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 3 We weten dat $x, y \in \mathbb{R}^+$ met $x > 10$ en $(y-4)^2 < 4$. Welke van de volgende ongelijkheden is dan correct?

- (A) $xy > 20$ (B) $2x > y$ (C) $xy > 200$ (D) $y > 2x$
 (E) meerdere vergelijkingen zijn correct

Vraag 4 Voor welke waarde van $n \in \mathbb{R}$ is de veelterm $3x^3 + 2nx^2 - 5nx + 10$ deelbaar door $x+1$? Bepaal daarna, voor de gevonden n , het quotiënt. Het quotiënt wordt gegeven door

- (A) $3x^2 - 5x + 10$ (B) $3x^2 - x - 4$ (C) $3x^2 - 3x + 2$ (D) $3x^2 + 2x - 3$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 5 Bart belegt 10 000 euro aan een vaste jaarlijkse rente. Hoeveel moet deze rente bedragen opdat zijn startkapitaal na 5 jaar verdubbeld is?

- (A) $\sqrt[5]{2} - 1$ (B) $\frac{1}{2^5}$ (C) $1 - \frac{1}{\sqrt[5]{2}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}} - 1$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 6 2018 Vind x zodat $\left| \frac{8x-1}{5} \right| \leq 2$.

- (A) $x \leq -\frac{9}{8}$ (B) $-\frac{9}{8} \leq x \leq \frac{11}{8}$ (C) $x \geq \frac{9}{8}$ (D) $-\frac{11}{8} \leq x \leq \frac{9}{8}$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

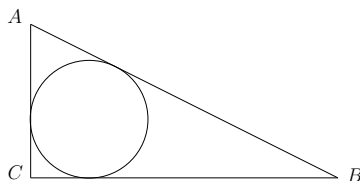
20 vragen - 2 uren

Vraag 7 Onderzoek welke $x \in \mathbb{R}$ voldoen aan de gegeven ongelijkheid.

$$\frac{x+2}{x+1} \leq \frac{x+3}{x-1}$$

- (A) $x \in]1, +\infty[$ (B) $x \leq -\frac{5}{3}$ (C) $x \geq -\frac{5}{3}$ (D) $-\frac{5}{3} \leq x \leq 0$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 8 In de rechthoekige driehoek (waarvan de rechte hoek zich in C bevindt) bedraagt de lengte van de overliggende zijde 14 ($|AB| = 14$). De ingeschreven cirkel heeft een straal van $2\sqrt{10} - 4$. Bepaal de lengtes van AC en BC .

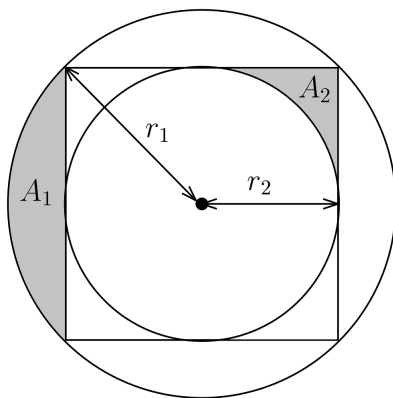


- (A) $|BC| = 6, |AC| = 4\sqrt{10}$ (B) $|BC| = 3, |AC| = 2\sqrt{10}$ (C) $|BC| = 6, |AC| = 2\sqrt{10}$
 (D) $|BC| = 3, |AC| = 4\sqrt{10}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 9 Men gooit drie zes-zijdige onvervalste dobbelstenen en bepaalt de som van de bekomen cijfers. Wat is de waarschijnlijkheid dat deze som strikt groter is dan 14?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{2}{11}$ (D) $\frac{5}{54}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 10 Gegeven is de volgende figuur van een vierkant en twee cirkels. Het vierkant raakt beide cirkels. Hoeveel bedraagt de verhouding van de stralen van deze cirkels en wat kan men zeggen over de grootte van de oppervlakten A_1 en A_2 ?



- (A) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ en $A_1 > A_2$ (B) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ en $A_1 > A_2$ (C) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ en $A_1 < A_2$
 (D) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ en $A_1 < A_2$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

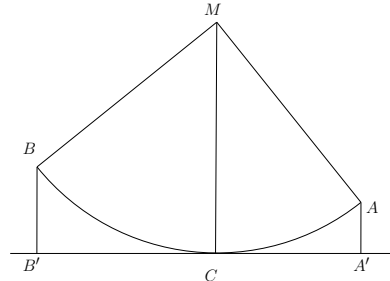
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 11 Gegeven is een kwartcirkel met middelpunt M en hoekpunten A en B . Aan deze cirkel wordt in C een raaklijn getrokken. De projecties van A en B op deze raaklijn noemen we A' en B' . Als gegeven is dat $|AA'| = 1$ en $|BB'| = 2$, hoe groot is dan de straal van de cirkel?



- (A) 7 (B) 1 (C) 4 (D) 5 (E) geen enkel antwoord is juist

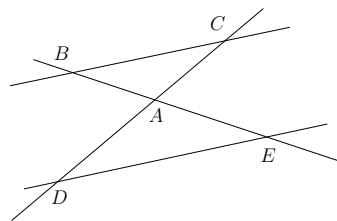
Vraag 12 Bereken de oppervlakte ingesloten door de grafiek van $f(x) = -3x + 2$, de x -as en de rechten met vergelijking $x = -1$ en $x = 1$.

- (A) $\frac{26}{6}$ (B) 4 (C) $\frac{25}{6}$ (D) $\frac{23}{6}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 13 Peter wandelt aan een snelheid van 4,8 km per uur en ziet een toren onder een hoek van 45° . Tien minuten vroeger zag hij dezelfde toren onder een hoek van 30° . Hoe ver is Peter nu van de toren verwijderd?

- (A) $\frac{5}{32}\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{5}(\sqrt{3}-1)$ (D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 14 Op twee rechten die elkaar snijden in A kiest men B, C, D en E zodanig dat $BC \parallel DE$. Hiernaast weten we dat $|AB| = x$, $|AC| = 7\sqrt{2}$, $|AD| = x + 5$ en $|AE| = \sqrt{2}$ (zie figuur). Bepaal x .



- (A) $\frac{35}{6}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) 2 (D) $\frac{6}{5}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 15 Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x$. Bereken de totale oppervlakte onder de x -as begrensd door de grafiek.

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) $\frac{34}{5}$ (C) $\frac{33}{5}$ (D) $\frac{27}{4}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

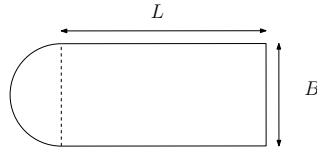
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 16 Dirk bouwt een zwembad met breedte $B = 4$ m, lengte $L = 10$ m en diepte $D = 1,40$ m. De vorm wordt weergegeven in de figuur. De achterkant is een halve cirkel. Alle wanden zijn vertikaal.



Als de vijver klaar is, moet hij gevuld worden met leidingwater. Dirk vult de vijver met een constant debiet van 20 liter per minuut (In 1 m^3 gaat 1000 liter water). Hoelang zal het duren alvorens de vijver volledig gevuld is (onderstaande antwoorden zijn nauwkeurig tot op 5 minuten)?

- (A) 44 u en 40 min (B) 51 u en 59 min (C) 54 u (D) 61 u en 20 min
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 17 Alice en Bob proberen te achterhalen waar Claire juist woont. Ze weten dat Claire op één van de volgende adressen kan wonen:

- Kerkstraat 13, 6 of 9
- Dorpsstraat 7 of 8
- Musstraat 27 of 6
- Papegaaistraat 27, 13 of 7.

Vervolgens weet Alice te achterhalen in welke straat Claire woont en Bob vindt op welk huisnummer ze woont. Het volgende gesprek vindt plaats tussen Alice en Bob.

- Alice: "Ik ken het volledige adres van Claire niet, maar ik ben zeker dat jij het ook niet weet."
- Bob: "Nu weet ik het volledige adres van Claire."
- Alice: "Dan weet ik ook waar Claire woont."

Waar woont Claire?

- (A) Kerkstraat 13 (B) Dorpsstraat 7 (C) Musstraat 6 (D) Papegaaistraat 13
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 18 Bepaal het voorschrift van een rationale functie met $x = 2$ als nulpunt met $x = 4$, $x = -1$ en $y = 3$ als asymptoten. Bovendien gaat de grafiek door het punt $\left(1, \frac{3}{2}\right)$.

- (A) $f(x) = \frac{4x^2 - 3x - 4}{x^2 + 3x - 4}$ (B) $f(x) = \frac{3x^2 - 18x + 24}{x^2 - 3x - 4}$ (C) $f(x) = \frac{3x^3 - 12x^2 - 12x + 48}{x^3 - x^2 - 10x - 8}$
 (D) $f(x) = \frac{4x^2 - 9x - 4}{x^2 - 3x - 4}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 19 Bepaal de parameter $r \in \mathbb{R}$ opdat volgende vierkantsvergelijking twee verschillende reële oplossingen zou hebben die beide groter zijn dan -1 .

$$x^2 + rx - \frac{1}{2} = 0$$

- (A) $r > 2$ (B) $r > -2$ (C) $-\frac{1}{2} < r < \frac{1}{2}$ (D) $-2 < r < -\frac{3}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

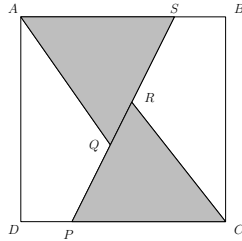
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 20 $ABCD$ is een vierkant met zijde 4. S ligt op AB , P op CD en Q en R op PS zodanig dat $|DP| = |BS|$ en de driehoeken ASQ en CPR beide gelijkzijdig zijn. Hoe groot is de oppervlakte van die twee driehoeken samen?



- | | | | | |
|-------------------------------|--------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------------|
| (A) $4 + \frac{8}{3}\sqrt{3}$ | (B) $\frac{25}{3}$ | (C) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ | (D) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ | (E) geen enkel antwoord is juist |
|-------------------------------|--------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------------|

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

1. De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
2. Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan. Het gebruik van een lat, een gradenboog, een geodriehoek en een passer is wel toegelaten.
3. De antwoorden op de 20 vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 20 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.

Vraag 1 Welke van de vijf volgende uitdrukkingen is niet gelijk aan de overige vier?

- (A) $3(81^{1+a})$ (B) 9^{3+2a} (C) $27^2(3^2)^{2a}$ (D) $3^2 3^{4(1+a)}$ (E) $\sqrt{27}\sqrt{3^{9+8a}}$

Vraag 2 Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x$. Bepaal alle raaklijnen aan f in de buigpunten van deze functie, indien de functie f één of meerdere buigpunten heeft.

- (A) De functie f heeft geen buigpunt. (B) $y = \frac{4}{3}(x+1)$ en $y = -4x+4$ (C) $y = \frac{4}{3}(x+1)$
 (D) $y = -4x+4$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 3 We weten dat $x, y \in \mathbb{R}^+$ met $x > 10$ en $(y-4)^2 < 4$. Welke van de volgende ongelijkheden is dan correct?

- (A) $xy > 20$ (B) $2x > y$ (C) $xy > 200$ (D) $y > 2x$
 (E) meerdere vergelijkingen zijn correct

Vraag 4 Voor welke waarde van $n \in \mathbb{R}$ is de veelterm $3x^3 + 2nx^2 - 5nx + 10$ deelbaar door $x+1$? Bepaal daarna, voor de gevonden n , het quotiënt. Het quotiënt wordt gegeven door

- (A) $3x^2 - 5x + 10$ (B) $3x^2 - x - 4$ (C) $3x^2 - 3x + 2$ (D) $3x^2 + 2x - 3$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 5 Bart belegt 10 000 euro aan een vaste jaarlijkse rente. Hoeveel moet deze rente bedragen opdat zijn startkapitaal na 5 jaar verdubbeld is?

- (A) $\sqrt[5]{2} - 1$ (B) $\frac{1}{2^5}$ (C) $1 - \frac{1}{\sqrt[5]{2}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}} - 1$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 6 2018 Vind x zodat $\left| \frac{8x-1}{5} \right| \leq 2$.

- (A) $x \leq -\frac{9}{8}$ (B) $-\frac{9}{8} \leq x \leq \frac{11}{8}$ (C) $x \geq \frac{9}{8}$ (D) $-\frac{11}{8} \leq x \leq \frac{9}{8}$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

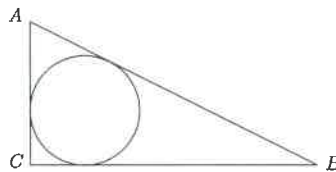
20 vragen - 2 uren

Vraag 7 Onderzoek welke $x \in \mathbb{R}$ voldoen aan de gegeven ongelijkheid.

$$\frac{x+2}{x+1} \leq \frac{x+3}{x-1}$$

- (A) $x \in]1, +\infty[$ (B) $x \leq -\frac{5}{3}$ (C) $x \geq -\frac{5}{3}$ (D) $-\frac{5}{3} \leq x \leq 0$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 8 In de rechthoekige driehoek (waarvan de rechte hoek zich in C bevindt) bedraagt de lengte van de overliggende zijde 14 ($|AB| = 14$). De ingeschreven cirkel heeft een straal van $2\sqrt{10} - 4$. Bepaal de lengtes van AC en BC .



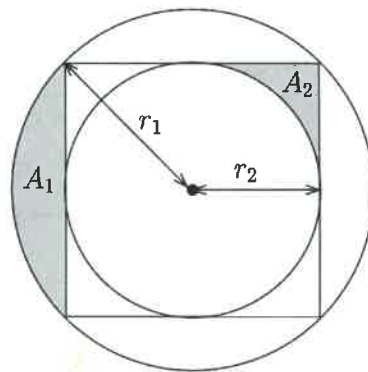
! $|AC| = 6$
 $|BC| = 4\sqrt{10}$

- (A) $|BC| = 6, |AC| = 4\sqrt{10}$ (B) $|BC| = 3, |AC| = 2\sqrt{10}$ (C) $|BC| = 6, |AC| = 2\sqrt{10}$
(D) $|BC| = 3, |AC| = 4\sqrt{10}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 9 Men gooit drie zes-zijdige onvervalste dobbelstenen en bepaalt de som van de bekomen cijfers. Wat is de waarschijnlijkheid dat deze som strikt groter is dan 14?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{2}{11}$ (D) $\frac{5}{54}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 10 Gegeven is de volgende figuur van een vierkant en twee cirkels. Het vierkant raakt beide cirkels. Hoeveel bedraagt de verhouding van de stralen van deze cirkels en wat kan men zeggen over de grootte van de oppervlakten A_1 en A_2 ?



- (A) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ en $A_1 > A_2$ (B) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ en $A_1 > A_2$ (C) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ en $A_1 < A_2$
(D) $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}$ en $A_1 < A_2$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

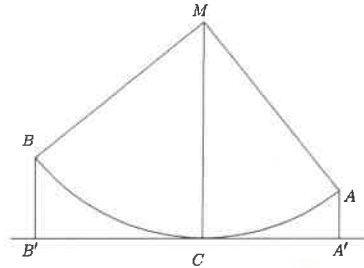
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 11 Gegeven is een kwartcirkel met middelpunt M en hoekpunten A en B . Aan deze cirkel wordt in C een raaklijn getrokken. De projecties van A en B op deze raaklijn noemen we A' en B' . Als gegeven is dat $|AA'| = 1$ en $|BB'| = 2$, hoe groot is dan de straal van de cirkel?



- (A) 7 (B) 1 (C) 4 (D) 5 (E) geen enkel antwoord is juist

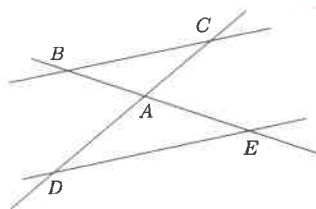
Vraag 12 Bereken de oppervlakte ingesloten door de grafiek van $f(x) = -3x + 2$, de x -as en de rechten met vergelijking $x = -1$ en $x = 1$.

- (A) $\frac{26}{6}$ (B) 4 (C) $\frac{25}{6}$ (D) $\frac{23}{6}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 13 Peter wandelt aan een snelheid van 4,8 km per uur en ziet een toren onder een hoek van 45° . Tien minuten vroeger zag hij dezelfde toren onder een hoek van 30° . Hoe ver is Peter nu van de toren verwijderd?

- (A) $\frac{5}{32}\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$ (C) $\frac{2\sqrt{2}}{5}(\sqrt{3}-1)$ (D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 14 Op twee rechten die elkaar snijden in A kiest men B, C, D en E zodanig dat $BC \parallel DE$. Hiernaast weten we dat $|AB| = x$, $|AC| = 7\sqrt{2}$, $|AD| = x + 5$ en $|AE| = \sqrt{2}$ (zie figuur). Bepaal x .



- (A) $\frac{35}{6}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) 2 (D) $\frac{6}{5}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 15 Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x$. Bereken de totale oppervlakte onder de x -as begrensd door de grafiek.

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) $\frac{34}{5}$ (C) $\frac{33}{5}$ (D) $\frac{27}{4}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Tekening?

naar te maken maar 2020

Gemeenschappelijke proef

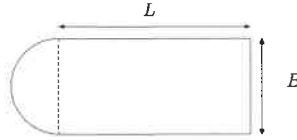
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 16 Dirk bouwt een zwembad met breedte $B = 4$ m, lengte $L = 10$ m en diepte $D = 1,40$ m. De vorm wordt weergegeven in de figuur. De achterkant is een halve cirkel. Alle wanden zijn vertikaal.



Als de vijver klaar is, moet hij gevuld worden met leidingwater. Dirk vult de vijver met een constant debiet van 20 liter per minuut (In 1 m^3 gaat 1000 liter water). Hoelang zal het duren alvorens de vijver volledig gevuld is (onderstaande antwoorden zijn nauwkeurig tot op 5 minuten)?

- (A) 44 u en 40 min (B) 51 u en 59 min (C) 54 u (D) 61 u en 20 min
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 17 Alice en Bob proberen te achterhalen waar Claire juist woont. Ze weten dat Claire op één van de volgende adressen kan wonen:

- Kerkstraat 13, 6 of 9
- Dorpsstraat 7 of 8
- Musstraat 27 of 6
- Papegaaistraat 27, 13 of 7.

Vervolgens weet Alice te achterhalen in welke straat Claire woont en Bob vindt op welk huisnummer ze woont. Het volgende gesprek vindt plaats tussen Alice en Bob.

- Alice: "Ik ken het volledige adres van Claire niet, maar ik ben zeker dat jij het ook niet weet."
- Bob: "Nu weet ik het volledige adres van Claire."
- Alice: "Dan weet ik ook waar Claire woont."

Waar woont Claire?

- (A) Kerkstraat 13 (B) Dorpsstraat 7 (C) Musstraat 6 (D) Papegaaistraat 13
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 18 Bepaal het voorschrift van een rationale functie met $x = 2$ als nulpunt met $x = 4$, $x = -1$ en $y = 3$ als asymptoten. Bovendien gaat de grafiek door het punt $\left(1, \frac{3}{2}\right)$.

- (A) $f(x) = \frac{4x^2 - 3x - 4}{x^2 + 3x - 4}$ (B) $f(x) = \frac{3x^2 - 18x + 24}{x^2 - 3x - 4}$ (C) $f(x) = \frac{3x^3 - 12x^2 - 12x + 48}{x^3 - x^2 - 10x - 8}$
 (D) $f(x) = \frac{4x^2 - 9x - 4}{x^2 - 3x - 4}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 19 Bepaal de parameter $r \in \mathbb{R}$ opdat volgende vierkantsvergelijking twee verschillende reële oplossingen zou hebben die beide groter zijn dan -1 .

$$x^2 + rx - \frac{1}{2} = 0$$

- (A) $r > 2$ (B) $r > -2$ (C) $-\frac{1}{2} < r < \frac{1}{2}$ (D) $-2 < r < -\frac{3}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

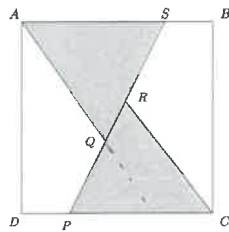
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks A

20 vragen - 2 uren

Vraag 20 $ABCD$ is een vierkant met zijde 4. S ligt op AB , P op CD en Q en R op PS zodanig dat $|DP| = |BS|$ en de driehoeken ASQ en CPR beide gelijkzijdig zijn. Hoe groot is de oppervlakte van die twee driehoeken samen?



- (A) $4 + \frac{8}{3}\sqrt{3}$ (B) $\frac{25}{3}$ (C) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ (D) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ (E) geen enkel antwoord is juist

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 3(81^{1+a}) &= 3 \cdot 3^4 \cdot 3^{4a} \quad \leftarrow \\ 9^{3+2a} &= 3^{2 \cdot 3} 3^{2 \cdot 2a} \\ 27^2 (3^2)^{2a} &= 3^{3 \cdot 2} 3^{2 \cdot 2a} \\ 3^2 3^{4+4a} &= 3^6 3^{4a} \\ \sqrt{27} \sqrt{3^{9+8a}} &= \sqrt{3^3 \cdot 3^9} 3^{4a} = 3^6 3^{4a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad f(x) &= \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x \quad \text{bruggen?} \\ f'(x) &= x^3 - 3x + 1 & f'(-1) &= -1 & f'(-1) &= 3 \\ f''(x) &= 3x^2 - 3 \rightarrow x = \pm 1 & f(1) &= \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{4} \\ & & f(-1) &= \frac{1}{4} - \frac{3}{2} - 1 = -\frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{nodellijn} \quad y + \frac{1}{4} &= -1(x-1) & y &= -4x + 4 \\ y + \frac{9}{4} &= 3(x+1) & y &= \frac{4}{3}(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad (y-4)^2 &< 4 & x &> 10 \\ y-4 &< 2 \wedge y-4 > -2 & \text{(A) } x \cdot y &> 20 \quad \text{OK} \\ 2 &< y < 6 & \text{(B) } 2x &> y \quad \text{OK} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad 3x^3 + 2mx^2 - 5mx + 10 & \text{ deelbaar in } (x+1) \\ \hookrightarrow -1 \text{ qk} \quad 3 \cdot (-1) + 2m(1) - 5m(-1) + 10 &= 0 \\ & 7 + 7m = 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{m = -1}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 + 5x + 10 \\ -1 \quad 3 \quad -2 \quad 5 \quad 10 \\ \quad -1 \quad -3 \quad +5 \quad -10 \\ \quad \quad 3 \quad -5 \quad +10 \quad 0 \end{array}$$

$$(x-1)(3x^2 - 5x + 10)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad \left(\frac{100+x}{100}\right)^5 \cdot 10\,000 &= 20\,000 & x &\% \\ \frac{100+x}{100} &= \sqrt[5]{2} \\ \frac{x}{100} &= \sqrt[5]{2} - 1 \end{aligned}$$

⑥ $\left| \frac{8x-1}{5} \right| \leq 2$

$\frac{8x-1}{5} \leq 2$

$x \leq \frac{11}{8}$

$-\left(\frac{8x-1}{5}\right) \leq 2$

$x \geq -\frac{9}{8}$

$-2 \leq \frac{8x-1}{5} \leq 2$

$-9 \leq 8x \leq 11$

$-\frac{9}{8} \leq x \leq \frac{11}{8}$

OK

⑦

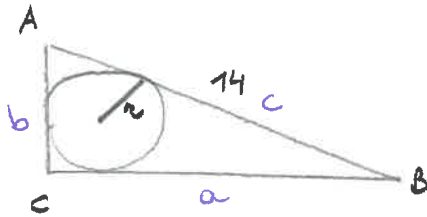
$\frac{x+2}{x+1} \leq \frac{x+3}{x-1}$

$x^2 + x - 2 \leq x^2 + 4x + 3$

$-5 \leq 3x$

$x \geq -\frac{5}{3}$

⑧



$r = 2\sqrt{10} - 4$

$r = \frac{a+b-c}{2}$

$2\sqrt{10} - 8 = a+b - 14$

$a+b = \underbrace{4\sqrt{10}}_a + \underbrace{6}_b$

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 + b^2 = 14^2$

$|BC| = 4\sqrt{10}$
 $|AC| = 6$

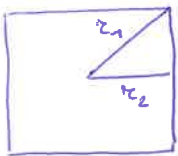
$16 \cdot 10 + 36 \stackrel{?}{=} 14^2$
OK

⑨

$P(X > 14) = P(X=15) + P(X=16) + \underbrace{P(X=17)}_{\left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 3} + \underbrace{P(X=18)}_{\left(\frac{1}{6}\right)^3}$

of all outcomes $\Rightarrow \frac{5}{54}$

⑩



$r_1^2 = 2r_2^2$
 $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$

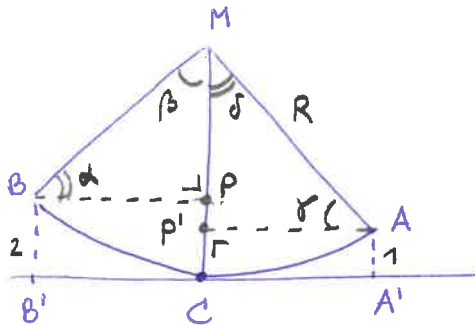
off $\square = (2r_2)^2 = 4r_2^2 = 2r_1^2$

$4A_1 = \pi r_1^2 - 2r_1^2 \Rightarrow A_1 = r_1^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$

$A_2 < A_1$

$4A_2 = -\pi r_2^2 + (2r_2)^2 \Rightarrow A_2 = \left(-\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\right)r_2^2$

⑪



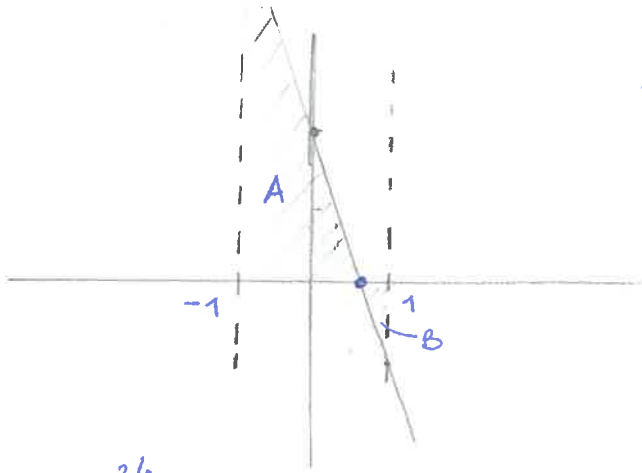
$\begin{cases} R^2 = (AP')^2 + (MP')^2 & * \\ R^2 = (BP')^2 + (MP')^2 \end{cases} \Rightarrow MP' = R-1$
 $R^2 = BP^2 + (R-2)^2$

$** \wedge ** \rightarrow R-2 = \sqrt{R^2 - (R-1)^2} \Leftrightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R=1 \\ R=5 \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha = \delta \\ \beta = \gamma \\ |MA| = |MB| = R \end{cases}$

$\Rightarrow \triangle AMP' \cong \triangle MBP' \Rightarrow |AP'| = |MP'| * \\ |BP'| = |MP'|$

12



$$f(x) = -3x + 2$$

$$y = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\int_{-1}^{2/3} (-3x+2) dx - \int_{2/3}^1 (-3x+2) dx$$

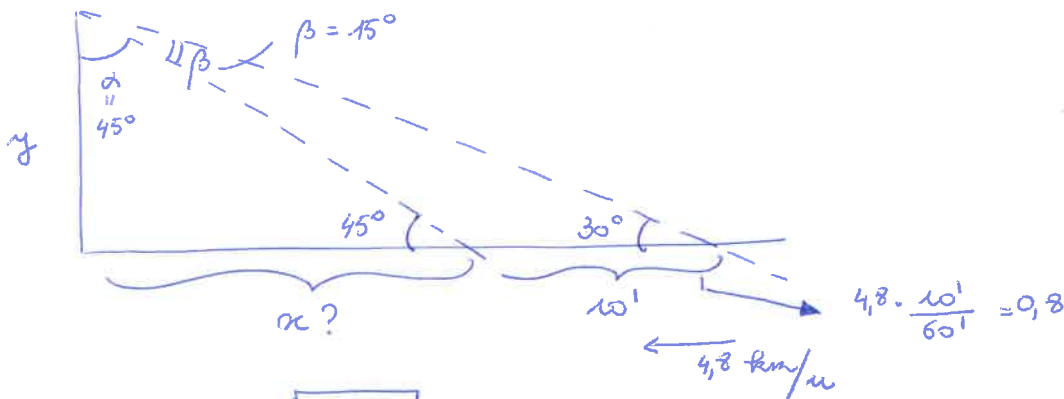
$\underbrace{\hspace{10em}}_A$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_B$

$\frac{25}{6}$
 $\frac{1}{6}$

$$A = \int_{-1}^{2/3} (-3x+2) dx$$

$$\text{off} = \frac{26}{6}$$

13



$$\text{tg } 45^\circ = \frac{y}{x} \Rightarrow \boxed{x = y}$$

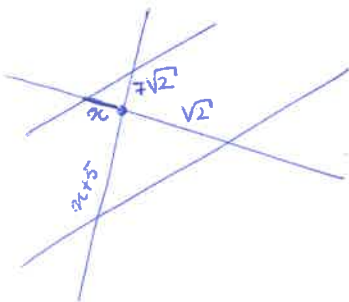
$$\text{tg } 30^\circ = \frac{y}{x+0.8}$$

$$(x+0.8) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = y$$

$$x+0.8 = \sqrt{3} \cdot x$$

$$x = \frac{0.8}{\sqrt{3}-1} = \boxed{\frac{4}{5} \frac{1}{\sqrt{3}-1}}$$

14

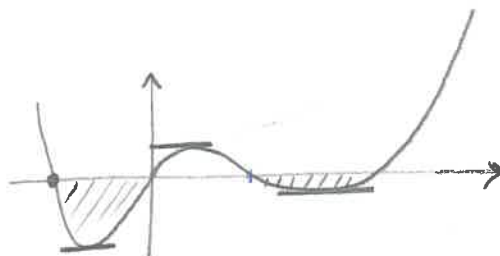


$$\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{x+5}$$

$$x^2 + 5x - 7 \cdot 2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x=2} \\ x=-7 \end{array} \right.$$

15

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + x$$



$$\text{mult} \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=\sqrt{3}-1 \\ x=-1-\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\int_{-1-\sqrt{3}}^0 f(x) dx = \frac{1}{5} (-16 - 9\sqrt{3})$$

$$\int_{\sqrt{3}-1}^2 f(x) dx = \frac{9}{5} (\sqrt{3}-2)$$

$$\text{off} = \frac{16}{5} + \frac{9}{5}\sqrt{3} - \frac{9}{5}\sqrt{3} + \frac{18}{5} = \frac{34}{5}$$

16



$$D = 1,4$$

$$V = 10 \cdot 4 \cdot 1,4 + \frac{\pi R^2 \cdot 1,4}{2} = 56 + \pi \cdot 2,8 \approx 64,8 \text{ m}^3$$

$$20 \text{ l/min} \rightarrow 64,8 \times 1000 / 20 \approx 3240 \text{ min} \approx \boxed{54 \text{ h}}$$

17

Numbreak 6

18

$$f(x) = \frac{(x-2) \cdot (3x-a)}{(x-4)(x+1)}$$

nultipt
asymptoten

$$f(1) = 3/2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{x^3 (3 + \frac{1}{x})}{x^3 (1 + \frac{1}{x})} = \underline{\underline{3}}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{(-1) \cdot (3-a)}{-3 \cdot 2} = \frac{+3-a}{+6} \Rightarrow -a = \frac{3 \cdot (+6)}{2} - 3 = +6$$

$$a = -6$$

$$f(x) = \frac{(x-2)(3x+6)}{(x-4)(x+1)} = \frac{3x^2 - 12}{x^2 - 3x - 4}$$

19

$$x^2 + rx - \frac{1}{2} = 0$$

$$r \in \mathbb{R} \begin{cases} x_1, x_2 \in \mathbb{R} \\ x_1, x_2 > -1 \end{cases}$$

$$x = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 + 2}}{2}$$

$$r^2 + 2 > 0 \quad \boxed{r^2 > -2} \quad \underline{\underline{OK}}$$

$$\frac{-r + \sqrt{r^2 + 2}}{2} > -1$$

$$\frac{-r - \sqrt{r^2 + 2}}{2} > -1$$

$$-r + \sqrt{r^2 + 2} > -2$$

$$\sqrt{r^2 + 2} > r - 2$$

OK

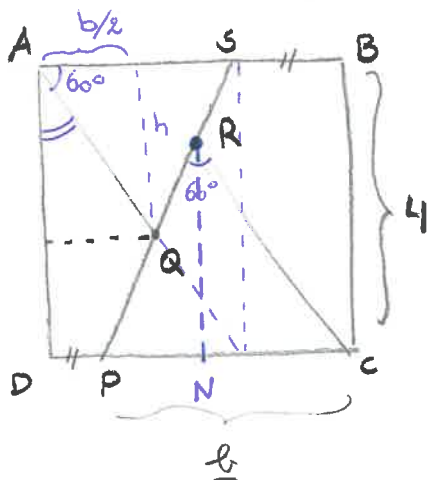
$$-r - \sqrt{r^2 + 2} > -2$$

$$r^2 + 2 < (r - 2)^2$$

$$r^2 + 2 < 4 - 4r + r^2$$

$$\boxed{r < \frac{1}{2}}$$

20



$$\tan 60^\circ = \frac{h}{b/2} \Rightarrow \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2} b = h}$$

$$|RN| = 2$$

$$\tan 30^\circ = \frac{|PN|}{|RN|} \Rightarrow |PN| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$b = 2 + \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$Off = \left(2 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{2+2}{\sqrt{3}}\right) = 4 + 8 \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Epreuve commune

2019

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série B

20 questions - 2 heures

1. Les figures associées à certaines questions sont illustratives et ne sont pas faites à l'échelle. Cela ne sert à rien de mesurer.
2. Les manuels et les calculatrices ne sont pas permis. Les lattes, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
3. Les réponses aux 20 questions sont valorisées de la façon suivante:
 - Vous démarrez avec 20 sur 100.
 - Une réponse correcte vous donne 4 points.
 - Une réponse fautive vous fait perdre un point.
 - Une réponse blanche ne modifie pas le résultat.

Question 1 Simplifiez l'expression ci-dessous, où a, b et n sont des nombres réels et sachant que n est un nombre naturel impair.

$$\frac{(-a^{-2})^{-n} a^4 (ab^3)^{-2}}{\left(\frac{-b}{a^2}\right)^{-(n+2)}} \cdot \left(\frac{a}{-b^{-2}}\right)^n, \quad a, b \neq 0, n \neq 0$$

- (A) $-ab^{n+2}$ (B) $-a^{n-2}b^{3n-4}$ (C) $-a^{6+n}b^{n-2}$ (D) $a^{4-n}b^{n-2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 2 La fonction $f(x) = \frac{-2x - 6}{x + 2}$ est donnée. Donnez l'équation de la tangente où le graphique croise l'axe des x .

- (A) $y = 2x + 6$ (B) $y = \frac{2}{25}(x - 3)$ (C) $y = \frac{1}{2}(x + 3)$ (D) $y = -2x + 6$
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 3 Nous savons que $x, y \in \mathbb{R}_0^+$ et $x < y$. Laquelle des inéquations suivantes est-elle satisfaite $\forall x < y$?

- (A) $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ (B) $x(1+x) > y$ (C) $\frac{-x^2}{1+x^2} > \frac{-y^2}{1+y^2}$ (D) $\frac{e^x}{x} > \frac{e^y}{y}$
 (E) plusieurs inéquations sont correctes

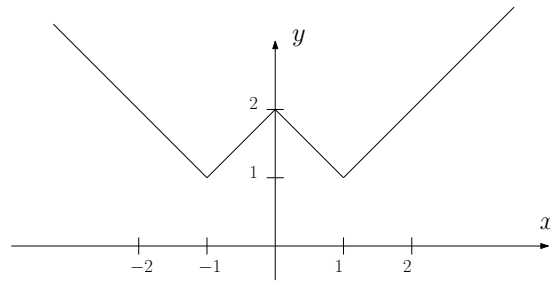
Question 4 Si nous divisons le polynôme $5x^4 + ax^3 + bx + 9$ par $2x + 3$ alors le reste est égal à 8. La relation entre a et b est donnée par

- (A) $24b + 54a = -421$ (B) $24b + 54a = 389$ (C) $24b + 54a = 421$ (D) $24b - 54a = 421$
 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 5 Bart hérite d'une somme de 4.000 euros et peut l'épargner à un taux d'intérêt annuel fixe de 4,5%. Combien de temps devra-t-il attendre pour doubler ce montant?

- (A) $\ln(2)/\ln(4.5)$ (B) $\ln(2)/\ln(1.045)$ (C) $\ln(2)/\ln(0.045)$ (D) $\ln(0.5)/\ln(1.045)$
 (E) aucune réponse n'est correcte

20 questions - 2 heures

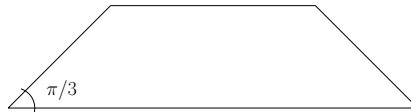
Question 6 Quelle expression produit le graphique suivant?

- (A) $y = |x - 1| + |x + 1|$ (B) $y = 2|x - 1| + 1$ (C) $y = ||x| - 1| + 1$ (D) $y = |x^2 - 1| + 1$
 (E) $y = ||x| + 1| + 1$

Question 7 Quels $x \in \mathbb{R}$ satisfont à l'inégalité donnée?

$$\frac{(4 - x^2)(3x^2 - 9x + 6)}{2x + 4} \leq 0$$

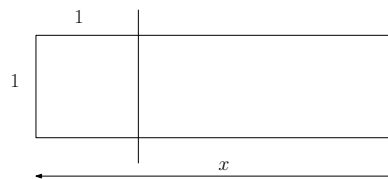
- (A) $x \in]-2, 0[\cup [1, +\infty[$ (B) $x \in [1, +\infty[$ (C) $x \in]-2, +\infty[$ (D) $x \in [1, 2]$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 8 Dans un trapèze isocèle les bases mesurent 6 et 4 cm, et un angle de base mesure 60 degrés. Calculez la longueur des diagonales.

- (A) $2\sqrt{7}$ (B) $\sqrt{7}$ (C) $\frac{111}{4}$ (D) $\frac{147}{4} - 3\sqrt{3}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 9 Il y a 10 garçons et 14 filles dans une classe. Nous souhaitons choisir une délégation de trois personnes. De combien de façons cela peut-il être fait si un garçon et deux filles doivent être choisis?

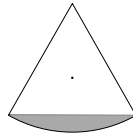
- (A) 910 (B) 101 (C) 1820 (D) 192 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 10 Une feuille de papier rectangulaire a une largeur de 1 m et une longueur x . Vous coupez le papier en deux, en découpant un carré de 1 m de côté. Si vous mesurez la longueur et la largeur du morceau de papier restant, vous remarquez que le rapport entre la longueur et la largeur de ce morceau est le même que celui de la feuille de papier d'origine. Quelle est la longueur de la feuille de papier originale (exprimée en m)?

- (A) 1,5 (B) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ (C) $\sqrt{5} - 1$ (D) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

20 questions - 2 heures

Question 11 Les côtés d'un triangle équilatéral mesurent 10 cm. A l'un des côtés, nous dessinons un arc de cercle d'un rayon de 10 cm. Les points de départ et d'arrivée de cet arc de cercle coïncident avec les extrémités de ce côté. Quelle est la surface (en cm^2) entre le côté du triangle et l'arc de cercle (la zone grise de la figure)?



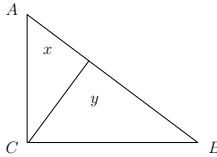
- (A) $25\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ (B) $25\sqrt{3}$ (C) $25\left(\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}\right)$ (D) $25\left(\frac{2\pi}{3} - 1\right)$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 12 Calculez la surface délimitée par les graphiques des fonctions suivantes:

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 \text{ et } g(x) = -x + 4.$$

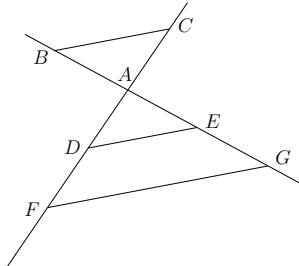
- (A) $\frac{9}{2}$ (B) 12 (C) $\frac{11}{2}$ (D) $\frac{15}{2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 13 Un triangle rectangle ABC est divisé en deux parties x et y . C'est la médiatrice de l'angle droit qui divise le triangle. La zone x appartient à la partie qui contient le sommet A . Le rapport des surfaces $\frac{x}{y}$ est égal à



- (A) $\tan A$ (B) $\sin A$ (C) $\tan^2 A$ (D) $\cot A$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 14 Sur deux droites qui se croisent en A , on choisit B, C, D, E, F et G de sorte que $BC \parallel DE \parallel FG$. En plus, nous savons que $|AB| = 2$, $|AC| = 3$, $|AE| = 4$ et $|AF| = 10$ (voir figure). Déterminez $|EG|$.



- (A) 6 (B) 11 (C) $\frac{8}{3}$ (D) 3 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 15 Combien de bougies coniques peut-on fabriquer avec 1 litre de cire, si l'on sait qu'une bougie a un diamètre de 5 cm et une hauteur de 12 cm (1 litre = 1dm^3) ?

- (A) 14 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) aucune réponse n'est correcte

Epreuve commune

2019

Algèbre - Analyse - Géométrie - Trigonométrie

Série B

20 questions - 2 heures

Question 16 Trente personnes de tailles différentes se trouvent dans un rectangle de six rangées de cinq personnes chacune. De chaque rangée nous choisissons la plus petite et des six plus petites nous prenons la plus grande; c'est Pete. Nous choisissons aussi le plus grand de chaque rangée et parmi les six plus grands, nous choisissons le plus petit, c'est-à-dire Jean. Ensuite, nous mettons les trente personnes l'une à côté de l'autre par ordre de grandeur, la plus petite à gauche et la plus grande à droite. A quelle position Jean ne peut-il pas se trouver?

- (A) 21 positions à droite de Pete (B) 19 positions à gauche de Pete (C) directement à côté de Pete
(D) 19 positions à droite de Pete (E) il n'est pas possible d'exclure aucune proposition

Question 17 On donne la fonction $f(x) = -x^3 + 3x^2$. Déterminez la surface de la zone délimitée par le graphique de f et la tangente au graphique f au maximum local de f .

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) 6 (C) 8 (D) $\frac{27}{4}$ (E) aucune réponse n'est correcte

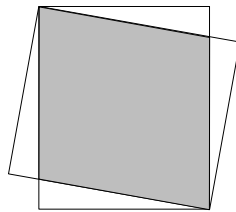
Question 18 Si $f(x) = x^2 - x$ alors on peut prouver que $f(x + 1)$ est égale à:

- (A) $-f(-x)$ (B) $-f(x)$ (C) $f(-x)$ (D) $f(x)$ (E) aucune réponse n'est correcte

Question 19 Un cycliste fait du vélo d'un point A à un point B à une vitesse de a km/h et il revient en roulant deux fois moins vite. Le cycliste a besoin d'un total de 10 minutes. Si nous désignons la distance entre A et B par x (exprimée en km), laquelle des réponses suivantes correspond-elle au rapport $\frac{x}{a}$ (exprimé en h)?

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{20}{3}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) 200 (E) aucune réponse n'est correcte

Question 20 On donne deux rectangles avec des côtés égaux à 1 et $\sqrt{2}$ comme indiqué à la figure. Quelle est la surface de la partie où ils se chevauchent?



- (A) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2} - 2$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) aucune réponse n'est correcte

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

1. De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
2. Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan. Het gebruik van een lat, een gradenboog, een geodriehoek en een passer is wel toegelaten.
3. De antwoorden op de 20 vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 20 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.

Vraag 1 Vereenvoudig onderstaande uitdrukking, waarbij a, b en n reële getallen zijn en n bovendien oneven is.

$$\frac{(-a^{-2})^{-n} a^4 (ab^3)^{-2}}{\left(\frac{-b}{a^2}\right)^{-(n+2)}} \cdot \left(\frac{a}{-b^{-2}}\right)^n, \quad a, b \neq 0, n \neq 0$$

- (A) $-ab^{n+2}$ (B) $-a^{n-2}b^{3n-4}$ (C) $-a^{6+n}b^{n-2}$ (D) $a^{4-n}b^{n-2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 2 Gegeven is de functie $f(x) = \frac{-2x-6}{x+2}$. Geef de vergelijking van de raaklijn daar waar de grafiek de x -as snijdt.

- (A) $y = 2x + 6$ (B) $y = \frac{2}{25}(x - 3)$ (C) $y = \frac{1}{2}(x + 3)$ (D) $y = -2x + 6$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 3 We weten dat $x, y \in \mathbb{R}_0^+$ en $x < y$. Welke van de volgende ongelijkheden is dan correct $\forall x < y$?

- (A) $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ (B) $x(1+x) > y$ (C) $\frac{-x^2}{1+x^2} > \frac{-y^2}{1+y^2}$ (D) $\frac{e^x}{x} > \frac{e^y}{y}$
 (E) meerdere ongelijkheden zijn correct

Vraag 4 Indien we de veelterm $5x^4 + ax^3 + bx + 9$ delen door $2x + 3$ dan is de rest gelijk aan 8. De relatie tussen a en b wordt gegeven door

- (A) $24b + 54a = -421$ (B) $24b + 54a = 389$ (C) $24b + 54a = 421$ (D) $24b - 54a = 421$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 5 Bart erft een som van 4 000 euro en hij kan dit sparen tegen een vaste jaarlijkse rentevoet van 4,5%. Hoelang moet hij wachten om dit bedrag te verdubbelen?

- (A) $\ln(2)/\ln(4.5)$ (B) $\ln(2)/\ln(1.045)$ (C) $\ln(2)/\ln(0.045)$ (D) $\ln(0.5)/\ln(1.045)$
 (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

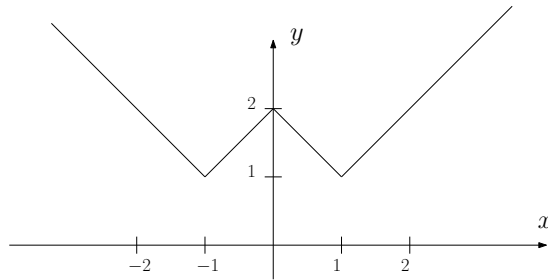
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

Vraag 6 Welk voorschrift levert de volgende grafiek op?



- (A) $y = |x - 1| + |x + 1|$ (B) $y = 2|x - 1| + 1$ (C) $y = ||x| - 1| + 1$ (D) $y = |x^2 - 1| + 1$
 (E) $y = ||x| + 1| + 1$

Vraag 7 Onderzoek welke $x \in \mathbb{R}$ voldoen aan de gegeven ongelijkheid.

$$\frac{(4 - x^2)(3x^2 - 9x + 6)}{2x + 4} \leq 0$$

- (A) $x \in]-2, 0[\cup [1, +\infty[$ (B) $x \in [1, +\infty[$ (C) $x \in]-2, +\infty[$ (D) $x \in [1, 2]$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 8 In een gelijkbenig trapezium zijn de basissen 6 en 4 cm, en een basishoek meet 60° . Bereken de lengte van de diagonalen.

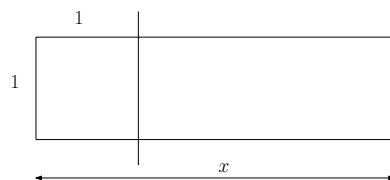


- (A) $2\sqrt{7}$ (B) $\sqrt{7}$ (C) $\frac{111}{4}$ (D) $\frac{147}{4} - 3\sqrt{3}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 9 In een klas zitten 10 jongens en 14 meisjes. We wensen een afvaardiging bestaande uit drie personen te kiezen. Op hoeveel manieren kan dit als er één jongen en 2 meisjes moeten gekozen worden.

- (A) 910 (B) 101 (C) 1820 (D) 192 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 10 Een rechthoekig vel papier is 1 m breed en heeft lengte x . U knipt het vel papier in twee door een vierkant met zijde 1 m af te knippen. U meet de lengte en de breedte van het overblijvende stuk papier en merkt dat de verhouding van de lengte en breedte van dit stuk dezelfde is als van het originele vel papier. Wat is de lengte van het originele vel papier (uitgedrukt in m)?



- (A) 1,5 (B) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ (C) $\sqrt{5} - 1$ (D) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

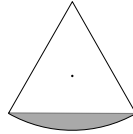
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

Vraag 11 Een gelijkzijdige driehoek heeft als zijde 10 cm. Op één van de zijden tekenen we een cirkelboog met straal 10 cm en als begin- en eindpunt de eindpunten van die zijde. Hoeveel bedraagt de oppervlakte (in cm^2) tussen die driehoekszijde en de cirkelboog (de grijze zone in de figuur)?



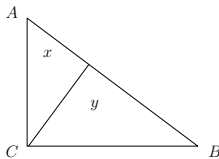
- (A) $25\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ (B) $25\sqrt{3}$ (C) $25\left(\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}\right)$ (D) $25\left(\frac{2\pi}{3} - 1\right)$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 12 Bereken de oppervlakte begrensd door de grafiek van volgende functies:

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 \text{ en } g(x) = -x + 4.$$

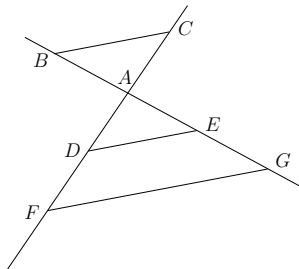
- (A) $\frac{9}{2}$ (B) 12 (C) $\frac{11}{2}$ (D) $\frac{15}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 13 Een rechthoekige driehoek wordt verdeeld in twee delen met oppervlaktes x en y . Het is de hoogtelijn vanuit de rechte hoek die de driehoek verdeelt. De oppervlakte x hoort bij dat deel dat het hoekpunt A bevat. De verhouding $\frac{x}{y}$ is gelijk aan



- (A) $\tan A$ (B) $\sin A$ (C) $\tan^2 A$ (D) $\cot A$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 14 Op twee rechten die elkaar snijden in A kiest men B, C, D, E, F en G zodanig dat $BC \parallel DE \parallel FG$. Hiernaast weten we dat $|AB| = 2$, $|AC| = 3$, $|AE| = 4$ en $|AF| = 10$ (zie figuur). Bepaal $|EG|$.



- (A) 6 (B) 11 (C) $\frac{8}{3}$ (D) 3 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 15 Hoeveel kegelvormige kaarsen kunnen we gieten met 1 liter kaarsvet, als u weet dat een kaars een diameter van 5 cm en een hoogte van 12 cm heeft (1 liter = 1dm^3) ?

- (A) 14 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

Vraag 16 Dertig mensen van verschillende lengte zijn opgesteld in een rechthoek van zes rijen van elk vijf personen. Uit elke rij kiezen we de kortste en van die zes kortsten nemen we de langste; dat is Piet. Ook kiezen we uit elke rij de langste en van die zes langsten kiezen we de kortste; dat is Jan. Vervolgens zetten we alle dertig mensen op volgorde van lengte naast elkaar, de kortste links en de langste rechts.

Op welke positie kan Jan *niet* staan?

- (A) 21 posities rechts van Piet (B) 19 posities links van Piet (C) direct naast Piet
 (D) 19 posities rechts van Piet (E) het is onmogelijk een antwoord uit te sluiten

Vraag 17 Gegeven is een functie met functievoorschrift $f(x) = -x^3 + 3x^2$. Bepaal de oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f en de raaklijn aan de grafiek f in het lokaal maximum van f .

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) 6 (C) 8 (D) $\frac{27}{4}$ (E) geen enkel antwoord is juist

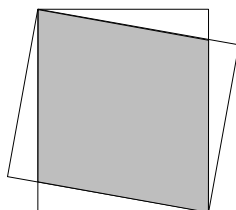
Vraag 18 Als $f(x) = x^2 - x$ dan kan men aantonen dat $f(x+1)$ gelijk is aan:

- (A) $-f(-x)$ (B) $-f(x)$ (C) $f(-x)$ (D) $f(x)$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 19 Een fietser fietst van punt A naar punt B tegen een snelheid van a km/u en fietst terug aan halve snelheid. De fietser doet er in totaal 10 minuten over. Indien we de afstand tussen A en B aanduiden als x (uitgedrukt in km), welke van de volgende antwoorden kan dan overeenstemmen met de verhouding $\frac{x}{a}$ (uitgedrukt in h)?

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{20}{3}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) 200 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 20 Gegeven zijn twee rechthoeken met zijden gelijk aan 1 en $\sqrt{2}$ zoals op de figuur. Wat is de oppervlakte van het deel waar ze elkaar overlappen?



- (A) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2} - 2$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

gem. N 08,06 → 77 meer dan
F 07,54 → 53 10/20

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

gebruiken

1. De tekeningen die bij sommige vragen zijn opgenomen, dienen enkel ter illustratie. De figuren zijn niet op schaal getekend. Probeer dus niet na te meten.
2. Handboeken en rekentoestellen zijn niet toegestaan. Het gebruik van een lat, een gradenboog, een geodriehoek en een passer is wel toegelaten.
3. De antwoorden op de 20 vragen worden als volgt gequoteerd:
 - U start met 20 op 100.
 - Een juist antwoord geeft u 4 punten.
 - Een fout antwoord doet u 1 punt verliezen.
 - Een blanco antwoord verandert uw resultaat niet.

- + **Vraag 1** Vereenvoudig onderstaande uitdrukking, waarbij a, b en n reële getallen zijn en n bovendien oneven is.

$$\frac{(-a^{-2})^{-n} a^4 (ab^3)^{-2}}{\left(\frac{-b}{a^2}\right)^{-(n+2)}} \cdot \left(\frac{a}{-b^{-2}}\right)^n, \quad a, b \neq 0, n \neq 0$$

- (A) $-ab^{n+2}$ (B) $-a^{n-2}b^{3n-4}$ (C) $-a^{6+n}b^{n-2}$ (D) $a^{4-n}b^{n-2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

- + **Vraag 2** Gegeven is de functie $f(x) = \frac{-2x-6}{x+2}$. Geef de vergelijking van de raaklijn daar waar de grafiek de x -as snijdt.

- (A) $y = 2x + 6$ (B) $y = \frac{2}{25}(x-3)$ (C) $y = \frac{1}{2}(x+3)$ (D) $y = -2x + 6$
(E) geen enkel antwoord is juist

- Vraag 3** We weten dat $x, y \in \mathbb{R}_0^+$ en $x < y$. Welke van de volgende ongelijkheden is dan correct $\forall x < y$?

- (A) $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ (B) $x(1+x) > y$ (C) $\frac{-x^2}{1+x^2} > \frac{-y^2}{1+y^2}$ (D) $\frac{e^x}{x} > \frac{e^y}{y}$
(E) meerdere ongelijkheden zijn correct

- Vraag 4** Indien we de veelterm $5x^4 + ax^3 + bx + 9$ delen door $2x + 3$ dan is de rest gelijk aan 8. De relatie tussen a en b wordt gegeven door

- (A) $24b + 54a = -421$ (B) $24b + 54a = 389$ (C) $24b + 54a = 421$ (D) $24b - 54a = 421$
(E) geen enkel antwoord is juist

- + **Vraag 5** Bart erft een som van 4 000 euro en hij kan dit sparen tegen een vaste jaarlijkse rentevoet van 4,5%. Hoelang moet hij wachten om dit bedrag te verdubbelen?

- (A) $\ln(2)/\ln(4.5)$ (B) $\ln(2)/\ln(1.045)$ (C) $\ln(2)/\ln(0.045)$ (D) $\ln(0.5)/\ln(1.045)$
(E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

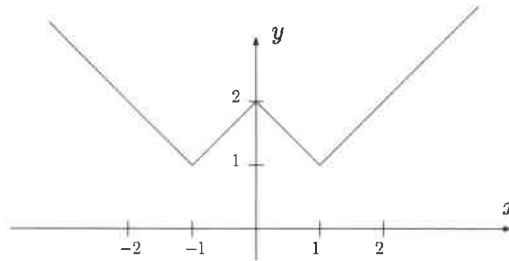
2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

++ **Vraag 6** Welk voorschrift levert de volgende grafiek op?



- (A) $y = |x - 1| + |x + 1|$ (B) $y = 2|x - 1| + 1$ (C) $y = ||x| - 1| + 1$ (D) $y = |x^2 - 1| + 1$
 (E) $y = ||x| + 1| + 1$

Vraag 7 Onderzoek welke $x \in \mathbb{R}$ voldoen aan de gegeven ongelijkheid.

$$\frac{(4 - x^2)(3x^2 - 9x + 6)}{2x + 4} \leq 0$$

- (A) $x \in]-2, 0[\cup [1, +\infty[$ (B) $x \in [1, +\infty[$ (C) $x \in]-2, +\infty[$ (D) $x \in [1, 2]$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 8 In een gelijkbenig trapezium zijn de basissen 6 en 4 cm, en een basishoek meet 60° . Bereken de lengte van de diagonalen.

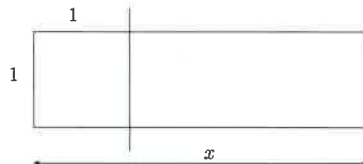


- (A) $2\sqrt{7}$ (B) $\sqrt{7}$ (C) $\frac{111}{4}$ (D) $\frac{147}{4} - 3\sqrt{3}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 9 In een klas zitten 10 jongens en 14 meisjes. We wensen een afvaardiging bestaande uit drie personen te kiezen. Op hoeveel manieren kan dit als er één jongen en 2 meisjes moeten gekozen worden.

- (A) 910 (B) 101 (C) 1820 (D) 192 (E) geen enkel antwoord is juist

— **Vraag 10** Een rechthoekig vel papier is 1 m breed en heeft lengte x . U knipt het vel papier in twee door een vierkant met zijde 1 m af te knippen. U meet de lengte en de breedte van het overblijvende stuk papier en merkt dat de verhouding van de lengte en breedte van dit stuk dezelfde is als van het originele vel papier. Wat is de lengte van het originele vel papier (uitgedrukt in m)?



- (A) 1,5 (B) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ (C) $\sqrt{5} - 1$ (D) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

Vraag 11 Een gelijkzijdige driehoek heeft als zijde 10 cm. Op één van de zijden tekenen we een cirkelboog met straal 10 cm en als begin- en eindpunt de eindpunten van die zijde. Hoeveel bedraagt de oppervlakte (in cm^2) tussen die driehoekszijde en de cirkelboog (de grijze zone in de figuur)?



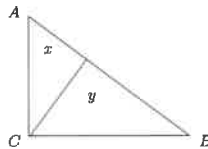
- (A) $25\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ (B) $25\sqrt{3}$ (C) $25\left(\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}\right)$ (D) $25\left(\frac{2\pi}{3} - 1\right)$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 12 Bereken de oppervlakte begrensd door de grafiek van volgende functies:

$$f(x) = x^2 + 4x + 4 \text{ en } g(x) = -x + 4.$$

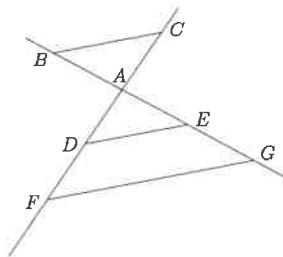
- (A) $\frac{9}{2}$ (B) 12 (C) $\frac{11}{2}$ (D) $\frac{15}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 13 Een rechthoekige driehoek wordt verdeeld in twee delen met oppervlaktes x en y . Het is de hoogtelijn vanuit de rechte hoek die de driehoek verdeelt. De oppervlakte x hoort bij dat deel dat het hoekpunt A bevat. De verhouding $\frac{x}{y}$ is gelijk aan



- (A) $\tan A$ (B) $\sin A$ (C) $\tan^2 A$ (D) $\cot A$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 14 Op twee rechten die elkaar snijden in A kiest men B, C, D, E, F en G zodanig dat $BC \parallel DE \parallel FG$. Hiernaast weten we dat $|AB| = 2$, $|AC| = 3$, $|AE| = 4$ en $|AF| = 10$ (zie figuur). Bepaal $|EG|$.



- (A) 6 (B) 11 (C) $\frac{8}{3}$ (D) 3 (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 15 Hoeveel kegelvormige kaarsen kunnen we gieten met 1 liter kaarsvet, als u weet dat een kaars een diameter van 5 cm en een hoogte van 12 cm heeft (1 liter = 1dm^3) ?

- (A) 14 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) geen enkel antwoord is juist

Gemeenschappelijke proef

2019

Algebra - Analyse - Meetkunde - Goniometrie

Reeks B

20 vragen - 2 uren

- **Vraag 16** Dertig mensen van verschillende lengte zijn opgesteld in een rechthoek van zes rijen van elk vijf personen. Uit elke rij kiezen we de kortste en van die zes kortsten nemen we de langste; dat is Piet. Ook kiezen we uit elke rij de langste en van die zes langsten kiezen we de kortste; dat is Jan. Vervolgens zetten we alle dertig mensen op volgorde van lengte naast elkaar, de kortste links en de langste rechts. Op welke positie kan Jan *niet* staan?

- (A) 21 posities rechts van Piet (B) 19 posities links van Piet (C) direct naast Piet
(D) 19 posities rechts van Piet (E) het is onmogelijk een antwoord uit te sluiten

- **Vraag 17** Gegeven is een functie met functievoorschrift $f(x) = -x^3 + 3x^2$. Bepaal de oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f en de raaklijn aan de grafiek f in het lokaal maximum van f .

- (A) $\frac{25}{4}$ (B) 6 (C) 8 (D) $\frac{27}{4}$ (E) geen enkel antwoord is juist

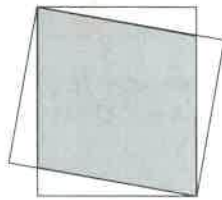
- + **Vraag 18** Als $f(x) = x^2 - x$ dan kan men aantonen dat $f(x+1)$ gelijk is aan:

- (A) $-f(-x)$ (B) $-f(x)$ (C) $f(-x)$ (D) $f(x)$ (E) geen enkel antwoord is juist

Vraag 19 Een fietser fietst van punt A naar punt B tegen een snelheid van a km/u en fietst terug aan halve snelheid. De fietser doet er in totaal 10 minuten over. Indien we de afstand tussen A en B aanduiden als x (uitgedrukt in km), welke van de volgende antwoorden kan dan overeenstemmen met de verhouding $\frac{x}{a}$ (uitgedrukt in h)?

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{20}{3}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) 200 (E) geen enkel antwoord is juist

- **Vraag 20** Gegeven zijn twee rechthoeken met zijden gelijk aan 1 en $\sqrt{2}$ zoals op de figuur. Wat is de oppervlakte van het deel waar ze elkaar overlappen?



- (A) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2} - 2$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) geen enkel antwoord is juist

meerkeuze vragen niks 2014

$$\textcircled{1} \frac{(-a^{-2})^{-n} a^4 (ab^3)^{-2}}{\left(\frac{-b}{a^2}\right)^{-(n+2)}} \cdot \left(\frac{a}{-b^{-2}}\right)^n$$

$$= (-1) a^{2n+4-2} b^{-6} \cdot b^{n+2} \cdot a^{-2(n+2)} \cdot a^n b^{2n}$$

$$= (-1) a^{2n+2-2n-4+n} b^{-6+n+2+2n}$$

$$= - a^{n-2} b^{-4+3n}$$

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{-2x-6}{x+2}$$

$$y=0 \rightarrow x=-3$$

$$f'(x) = \frac{-2(x+2) - (-2x-6) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2} \xrightarrow{x=-3} 2$$

maximize $y-0 = 2(x+3)$

$$\textcircled{3} \text{ (A) } x + xy < y + xy \quad \text{OK}$$

(B) NOX

$$\text{(C) } -x^2 - x^2y^2 > -y^2 - x^2y^2$$

$$y^2 > x^2 \quad \text{OK}$$

(D) NOX

$$\textcircled{4} \frac{5x^4 + ax^3 + bx + 9}{5x^4 + \frac{15}{2}x^3}$$

$$\frac{2x+3}{\frac{5}{2}x^3 + (a-\frac{15}{2}) \cdot \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} \left[-\frac{3}{2}(a-\frac{15}{2}) \right] x + \frac{1}{2} \left[b + \frac{9}{4}(a-\frac{15}{2}) \right]}$$

$$(a-\frac{15}{2})x^3 + bx + 9$$

$$(a-\frac{15}{2})x^3 + \frac{3}{2}(a-\frac{15}{2})x^2$$

$$-\frac{3}{2}(a-\frac{15}{2})x^2 + bx + 9$$

$$-\frac{3}{2}(a-\frac{15}{2})x^2 + \frac{3}{2} \left(-\frac{3}{2}(a-\frac{15}{2}) \right) x$$

$$b + \frac{9}{4}(a-\frac{15}{2})x + 9$$

$$b + \frac{9}{4}(a-\frac{15}{2})x + \frac{3}{2} \left[b + \frac{9}{4}(a-\frac{15}{2}) \right]$$

$$9 - \frac{3}{2} \left[b + \frac{9}{4}(a-\frac{15}{2}) \right] = 8$$

$$b + \frac{9}{4}a = \frac{2}{3} + \frac{9 \cdot 15}{8}$$

$$\frac{4b+9a}{4} = \frac{-16+3 \cdot 9 \cdot 15}{3 \cdot 8}$$

$$24b+54a = -16+3 \cdot 9 \cdot 15$$

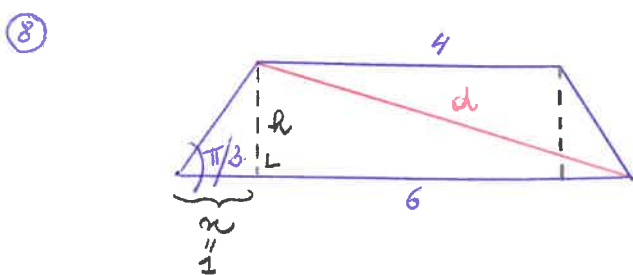
5) $4000 \cdot (-1,045)^m = 8000$
 $(-1,045)^m = 2$
 $m = \frac{\ln 2}{\ln(-1,045)}$

6) (c) $y = ||x|-1| + 1$ or
 (2,2) or (2,-2) логарифм

7) $f(x) = \frac{(2-x)(2+x) \cdot 3(x-1)(x-2)}{2(2+x)} \quad x \neq -2$

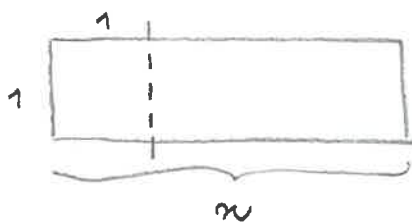
$\frac{-2 \quad 1 \quad 2}{+ \quad // \quad + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad -}$

$x \in [1, +\infty[$

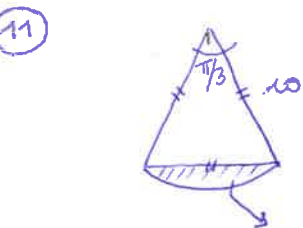


$d^2 = h^2 + (6-x)^2$
 $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3} \cdot x$
 $d^2 = 3 + 25 \quad d = 2\sqrt{7}$

9) $C_{10}^1 \cdot C_{14}^2 = 910$



$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$
 $x^2 - x - 1 = 0$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$



off $\Delta = \frac{\pi}{6} \cdot 10^2$

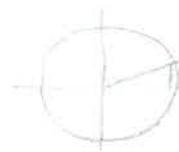


$h = 10 \cos \frac{\pi}{4} = 5\sqrt{2}$

$\Delta = \frac{5 \cdot 5 \cdot \sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{6} \cdot 10^2 - 2 \cdot \frac{5 \cdot 5 \sqrt{3}}{2}$

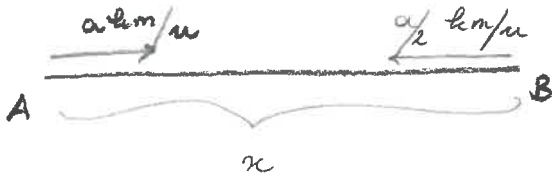
$= 50 \frac{\pi}{3} - 25\sqrt{3} = 25 \left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \right)$



18 $f(x) = x^2 - x$

$f(x+1) = (x+1)^2 - (x+1) = x^2 + 2x + 1 - x - 1 = x^2 + x = f(-x)$

19

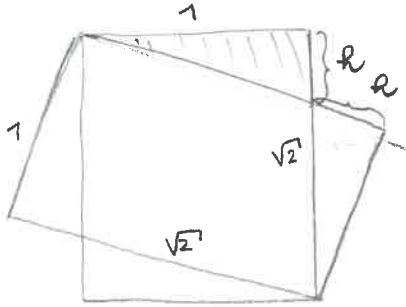


$\frac{x}{a} + \frac{x}{a/2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$\frac{3x}{a} = \frac{5}{3}$

$\frac{x}{a} = \frac{5}{9}$ (R)

20



off $\square = 1 \cdot \sqrt{2}$

off $\triangle = \frac{1 \cdot r}{2}$

$1^2 + r^2 = (\sqrt{2} - r)^2$

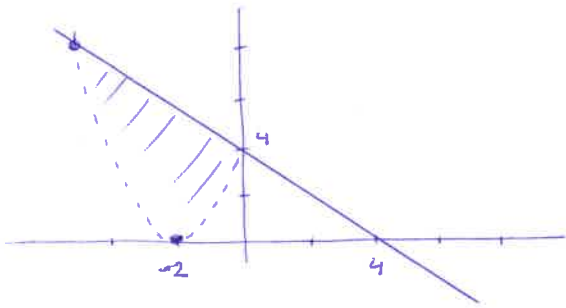
$1 + r^2 = 2 - 2\sqrt{2}r + r^2$

$\frac{-1}{-2\sqrt{2}} = r$



$= 1 \cdot \sqrt{2} - 2 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3}{4} \sqrt{2}$

12



$$x^2 + 4x + 4 = -x + 4$$

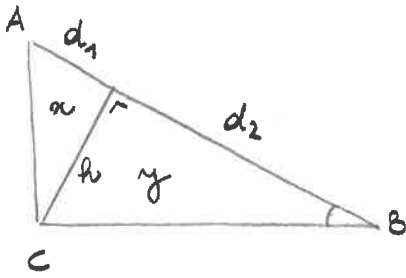
$$(x+2)^2 = -x + 4$$

$$x^2 + 5x = 0$$

$$x(x+5) = 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$-\int_{-5}^0 (x^2 + 5x) dx = -\left[\frac{x^3}{3} + 5\frac{x^2}{2} \right]_{-5}^0 = -\frac{125}{3} + \frac{125}{2} = 125 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{125}{6}$$

13



$$\text{tg } A = \frac{r}{d_1}$$

$$x = \frac{d_1 \cdot r}{2}$$

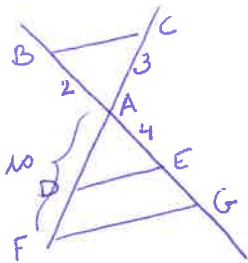
$$\text{tg } B = \frac{r}{d_2}$$

$$y = \frac{d_2 \cdot r}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{r/\text{tg } A \cdot r}{r/\text{tg } B \cdot r} = \frac{\text{tg } B}{\text{tg } A} = \frac{\text{tg}(\frac{\pi}{2} - A)}{\text{tg } A} = \cot^2 A$$

14

Thales



$$\frac{2}{4+|EG|} = \frac{3}{10}$$

$$20 = 12 + 3|EG| \quad \textcircled{+}$$

$$|EG| = \frac{8}{3}$$

15



$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot 12 = 25\pi \text{ cm}^3$$

$$\pm \ell = 1 \text{ dm}^3 \Rightarrow \underline{\underline{12 \text{ haarnu}}}$$

16

17

$$f(x) = x^2(x+3)$$

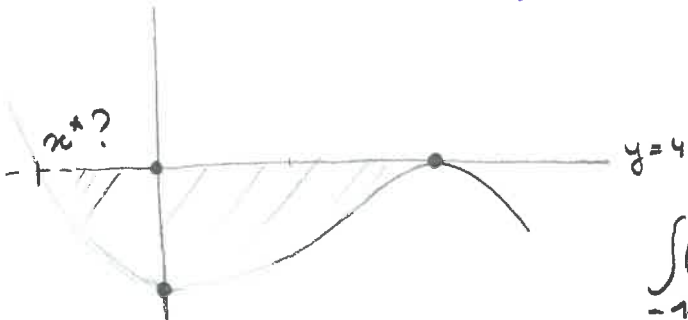
$$f'(x) = -3x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x(x-2) = 0 \quad \begin{cases} x=0 \\ x=2 \rightarrow f(2) = 4 \end{cases}$$

$$f''(x) = -6x + 6$$

$$f''(0) > 0 \quad \cup$$

$$f''(2) < 0 \quad \cap \quad \text{MAX}$$



$$x^* \rightarrow -x^3 + 3x^2 = 4 \quad \begin{cases} x=2 \\ x^* = -1 \end{cases}$$

$$\int_{-1}^2 (4 - (-x^3 + 3x^2)) dx = \left[4x + \frac{x^4}{4} - x^3 \right]_{-1}^2 = \frac{27}{4}$$