

1. La rédaction doit présenter le raisonnement avec soin et fournir le détail des calculs.
2. Les figures accompagnant certaines questions sont illustratives et ne sont pas à l'échelle. Il est donc inutile de les mesurer.
3. Les manuels et les calculatrices sont interdits. Cependant, les règles, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
4. Dans vos réponses, laissez les nombres tels que  $\pi$ ,  $e$ ,  $\ln 2$  et  $\sqrt{3}$  sous leur forme symbolique.

Question	1	2	3	4	Total
Points	4	4	6	6	20

**Question 1** \_\_\_\_\_ **4 points**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , avec  $i$  l'unité imaginaire :

$$1 + (\cos(x) + i \sin(x))(\cos(2x) + i \sin(2x))(\cos(3x) + i \sin(3x))(\cos(4x) + i \sin(4x)) = 0.$$

**Question 2** \_\_\_\_\_ **4 points**

Un polynôme  $p(x)$  de degré 4 est divisible par  $x$ ,  $(x+2)$  et  $(3x-2)$ . Le quotient de la division de  $p(x)$  par  $(x^3+1)$  est  $(x+1)$ .

- (a) (3 points) Déterminer le reste de la division de  $p(x)$  par  $(x^3+1)$ .
- (b) (1 point) Déterminer  $p(x)$ .

**Question 3** \_\_\_\_\_ **6 points**

On donne les équations cartésiennes de deux droites  $d_1$ ,  $d_2$  dans un repère orthonormé de l'espace :

$$d_1 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}, \quad d_2 \equiv \begin{cases} x - y = -2 \\ z = 1 \end{cases}.$$

- (a) (1 point) Déterminer les coordonnées du point  $P$  qui est le point d'intersection entre  $d_1$  et  $d_2$ .
- (b) (2 points) Montrer que  $d_1$  et  $d_2$  sont perpendiculaires.
- (c) (3 points) Déterminer les équations cartésiennes d'une droite  $d_3$  qui coupe  $d_1$  et  $d_2$ , et telle que  $d_1, d_2, d_3$  forment un triangle isocèle et la distance entre  $P$  et  $d_3$  vaut 3.

**Question 4** \_\_\_\_\_ **6 points**

- (a) (2 points) Trouver le coefficient de  $x^2$  dans l'expansion de

$$(1-x)(1+2x)(1-3x)(1+4x)(1-5x).$$

- (b) (4 points) Trouver le coefficient de  $x^2$  dans l'expansion de

$$(1-x)(1+2x)(1-3x)(1+4x) \cdots (1+14x)(1-15x).$$