Ecole Royale Militaire - Epreuve complémentaire POL

2025 | Analyse - Trigonométrie - Géométrie | **Série A Partie 1**

4 questions - 3 heures

1. La rédaction doit présenter le raisonnement avec soin et fournir le détail des calculs.
2. Les figures accompagnant certaines questions sont illustratives et ne sont pas à l'échelle. Il est donc inutile de les mesurer.
3. Les manuels et les calculatrices sont interdits. Cependant, les règles, rapporteurs, équerres et compas sont autorisés.
4. Dans vos réponses, laissez les nombres tels que π, e, $\ln 2$ et $\sqrt{3}$ sous leur forme symbolique.

Question	1	2	3	4	**Total**
Points	4	5	5	6	20

Question 1 — 4 points

On sait que

$$\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)dx = \frac{e^{\pi}-1}{5}.$$

On demande de calculer A et B donnés par

$$A = \int_0^{\pi} e^x \cos^2(x)\,dx \quad \text{et} \quad B = \int_0^{\pi} e^x \sin^2(x)\,dx.$$

Il n'est pas nécessaire d'effectuer les intégrales pour trouver la réponse.

Question 2 — 5 points

(a) (3 points) Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x\to+\infty} x \cdot \ln\left(\frac{x+3}{x-3}\right).$$

(b) (2 points) Déterminer la ou les valeurs possibles de la constante $a > 0$ de sorte que

$$x \cdot \ln\left(\frac{e^a x + x + 3}{e^{-a}x - x - 3}\right)$$

ait une limite réelle lorsque $x \to +\infty$.

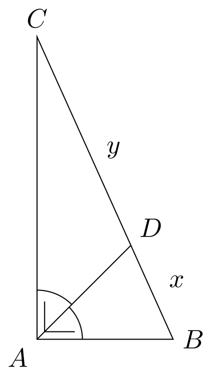
Question 3 — 5 points

Par intégration par parties (deux fois), montrer que

$$\int_0^{\pi} e^x \cos(2x)dx = \frac{e^{\pi}-1}{5}.$$

Question 4 — **6 points**

Le triangle ABC est rectangle en A. La bissectrice issue de A croise le côté opposé au point D. Cette bissectrice partage le côté $[BC]$ en deux morceaux de longueurs $x = |BD|$ et $y = |DC|$.



(a) (3 points) Prouver que le rapport des longueurs des côtés $\frac{|AC|}{|AB|}$ vaut $\frac{y}{x}$.

(b) (2 points) Exprimer les longueurs des côtés $|AB|$, $|AC|$ et $|BC|$ en fonction de x et y.

(c) (1 point) La hauteur issue de A croise le côté opposé $[BC]$ au point H. Exprimer $|AH|$ en fonction de x et y.